Sudaryatno Sudirham

Analisis Rangkaian Listrik di Kawasan Waktu

1

Kuliah Terbuka
ppsx beranimasi tersedia di
www.ee-cafe.org

2

Buku-e

Analisis Rangkaian Listrik
Jilid-1 dan Jilid-2

tersedia di
www.buku-e.lipi.go.id dan www.ee-cafe.org

3

Isi Kuliah:

1. Pendahuluan
2. Besaran Listrik dan Peubah Sinyal
3. Model Sinyal
4. Model Piranti
5. Hukum-Hukum Dasar
6. Kaidah-Kaidah Rangkaian
7. Teorema Rangkaian
8. Metoda Analisis
9. Aplikasi Pada Rangkaian Pemroses Energi (Arus Searah)
10. Aplikasi Pada Rangkaian Pemroses Sinyal (Dioda & OpAmp)
11. Analisis Transien Rangkaian Orde-1
12. Analisis Transien Rangkaian Orde-2

4

1. Pendahuluan

Pembahasan Analisis Rangkaian Listrik Mencakup

Analisis di Kawasan Waktu	Analisis di Kawasan Fasor	Analisis di Kawasan s (Transf. Laplace)
Sinyal Sinus & Bukan Sinus	Sinyal Sinus	Sinyal Sinus & Bukan Sinus
Keadaan Mantap Keadaan Transien	Keadaan Mantap	Keadaan Mantap Keadaan Transien

- **Banyak kebutuhan manusia, seperti:**
  - **Sandang**
  - **Pangan**
  - **Papan**
  - **Kesehatan**
  - **Keamanan**
  - **Energi**
  - **Informasi**
  - **Pendidikan**
  - **Waktu Senggang**
  - **dll.**

Sajian pelajaran ini terutama terkait pada upaya pemenuhan kebutuhan energi dan informasi

Penyediaan Energi Listrik

Energi yang dibutuhkan manusia tersedia di alam, tidak selalu dalam bentuk yang dibutuhkan

Energi di alam terkandung dalam berbagai bentuk sumber energi primer:

- air terjun,
- batubara,
- minyak bumi,
- panas bumi,
- sinar matahari,
- angin,
- gelombang laut,
- dan lainnya.

sumber energi juga tidak selalu berada di tempat ia dibutuhkan

Diperlukan konversi (pengubahan bentuk) energi.

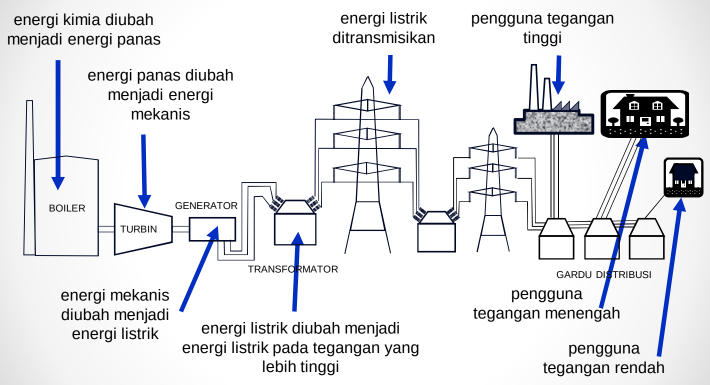
Energi di alam yang biasanya berbentuk non listrik, dikonversikan menjadi energi listrik.

Energi listrik dapat dengan lebih mudah
- disalurkan
- didistribusikan
- dikendalikan

Di tempat tujuan ia kemudian dikonversikan kembali ke dalam bentuk yang sesuai dengan kebutuhan, energi
- mekanis,
- panas,
- cahaya,
- kimia.

Penyediaan energi listrik dilakukan melalui serangkaian tahapan:

Berikut ini kita lihat salah satu contoh, mulai dari pengubahan energi, penyaluran, sampai pendistribusian ke tempat-tempat yang memerlukan



Penyediaan Informasi

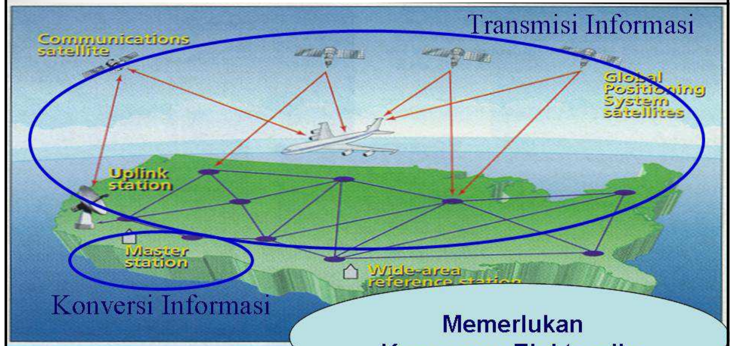
- informasi ada dalam berbagai bentuk
- tersedia di di berbagai tempat
- tidak selalu berada di tempat di mana ia dibutuhkan

❖ Berbagai bentuk informasi dikonversikan ke dalam bentuk sinyal listrik
❖ Sinyal listrik disalurkan ke tempat ia dibutuhkan

Sampai di tempat tujuan sinyal listrik dikonversikan kembali ke dalam bentuk yang dapat ditangkap oleh indera manusia ataupun dimanfaatkan untuk suatu keperluan lain (pengendalian misalnya).

Penyediaan Informasi

Jika dalam penyediaan energi kita memerlukan mesin-mesin besar untuk mengubah energi yang tersedia di alam menjadi energi listrik, dalam penyediaan informasi kita memerlukan rangkaian elektronika untuk mengubah informasi menjadi sinyal-sinyal listrik agar dapat dikirimkan dan didistribusikan untuk berbagai keperluan.



Memerlukan
Komponen Elektronika

Pemrosesan Energi dan
Pemrosesan Informasi
dilaksanakan dengan memanfaatkan
rangkaian listrik

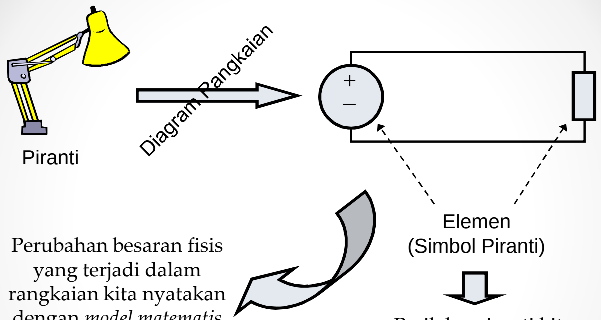
Rangkaian listrik merupakan interkoneksi berbagai piranti yang secara bersama melaksanakan tugas tertentu

Untuk mempelajari perilaku suatu rangkaian listrik kita melakukan *analisis rangkaian listrik*

Untuk keperluan analisis:

- **rangkaian listrik dipindahkan ke atas kertas dalam bentuk gambar.**
- **piranti-piranti dalam rangkaian listrik dinyatakan dengan menggunakan simbol-simbol**
- **untuk membedakan dengan piranti yang nyata, simbol ini kita sebut elemen**

Gambar rangkaian listrik disebut diagram rangkaian.

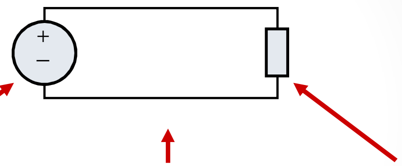


Perubahan besaran fisis yang terjadi dalam rangkaian kita nyatakan dengan *model matematis* yang kita sebut ***model sinyal***

Perilaku piranti kita nyatakan dengan *model matematis* yang kita sebut ***model piranti***

Struktur Dasar Rangkaian Listrik

Struktur suatu rangkaian listrik pada dasarnya terdiri dari tiga bagian, yaitu
Sumber
Saluran
Beban



Bagian yang aktif memberikan daya (sumber)

Penyalur daya

Bagian yang pasif menyerap daya (beban)

Dalam kenyataan, rangkaian listrik tidaklah sederhana

Jaringan listrik perlu dilindungi dari berbagai kejadian tidak normal yang dapat menyebabkan kerusakan piranti.

Jaringan perlu sistem proteksi untuk mencegah kerusakan

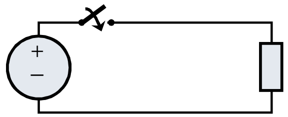
Jaringan listrik juga memerlukan sistem pengendali untuk mengatur aliran energi ke beban.

Pada jaringan penyalur energi listrik, sumber mengeluarkan daya sesuai dengan permintaan beban. Saluran energi juga menyerap daya.

Pada rangkaian penyalur informasi, daya sumber terbatas. Oleh karena itu alih daya ke beban perlu diusahakan semaksimal mungkin.

Alih daya ke beban akan maksimal jika tercapai *matching* (kesesuaian) antara sumber dan beban.

Keadaan transien



Kondisi operasi rangkaian tidak selalu mantap.

Pada waktu-waktu tertentu bisa terjadi keadaan peralihan atau

keadaan transien

Misal: pada waktu penutupan saklar

Landasan Untuk Melakukan Analisis

Untuk melakukan analisis rangkaian kita memerlukan pengetahuan dasar sebagai pendukung.
Pengetahuan dasar yang kita perlukan ada empat kelompok.

Hukum-Hukum Rangkaian
Kaidah-Kaidah Rangkaian
Teorema Rangkaian
Metoda-Metoda Analisis

Hukum Ohm
Hukum Kirchhoff

Rangkaian Ekivalen
Kaidah Pembagi Tegangan
Kaidah Pembagi arus
Transformasi Sumber

Proporsionalitas
Superposisi
Thevenin
Norton
Substitusi
Milmann
Tellegen
Alih Daya Maksimum

Metoda Analisis Dasar:

Reduksi Rangkaian
Unit Output
Superposisi
Rangkaian Ekivalen Thevenin
Rangkaian Ekivalen Norton

Metoda Analisis Umum:

Metoda Tegangan Simpul
Metoda Arus Mesh

2. Besaran Listrik Dan Peubah Sinyal

Dua besaran fisika yang menjadi *besaran dasar* dalam kelistrikan adalah

Muatan [satuan: coulomb]   ***Energi*** [satuan: joule]

Akan tetapi kedua besaran dasar ini tidak dilibatkan langsung dalam pekerjaan analisis

Yang dilibatkan langsung dalam pekerjaan analisis adalah

arus   ***tegangan***   ***daya***

ketiga besaran ini mudah diukur sehingga sesuai dengan praktik *engineering* dan akan kita pelajari lebih lanjut

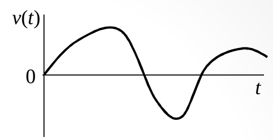
Sinyal Waktu Kontinyu & Sinyal Waktu Diskrit

- Sinyal listrik pada umumnya merupakan fungsi waktu, t, dan dapat kita bedakan dalam dua macam bentuk sinyal yaitu
  - ***sinyal waktu kontinyu* atau *sinyal analog***
  - ***sinyal waktu diskrit***

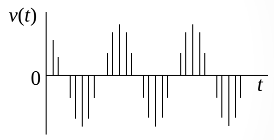
Sinyal waktu diskrit mempunyai nilai hanya pada t tertentu yaitu t_n dengan t_n mengambil nilai dari satu set *bilangan bulat*

Sinyal waktu kontinyu mempunyai nilai untuk setiap t dan t sendiri mengambil nilai dari satu set *bilangan riil*

Sinyal waktu kontinyu (sinyal analog)



Sinyal waktu diskrit



Dalam pelajaran ini kita akan mempelajari rangkaian dengan sinyal waktu kontinyu atau sinyal analog, dan rangkaiannya kita sebut rangkaian analog.

Rangkaian dengan sinyal *diskrit* akan kita pelajari tersendiri.

Peubah Sinyal

Besaran yang dilibatkan langsung dalam pekerjaan analisis disebut *peubah sinyal* yaitu:

arus
dengan simbol: i
satuan: ampere [A]
(coulomb/detik)

tegangan
dengan simbol: v
satuan: volt [V]
(joule/coulomb)

daya
dengan simbol: p
satuan: watt [W]
(joule/detik)

Tiga peubah sinyal ini tetap kita sebut sebagai sinyal, baik untuk rangkaian yang bertugas melakukan pemrosesan energi maupun pemrosesan sinyal.

29

Arus

Simbol: i, Satuan: ampere [A]

Arus adalah laju perubahan muatan:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Apabila melalui satu piranti mengalir muatan sebanyak 1 coulomb setiap detiknya, maka arus yang mengalir melalui piranti tersebut adalah 1 ampere

1 ampere = 1 coulomb per detik

30

Tegangan

Simbol: v Satuan: volt [V]

Tegangan adalah energi per satuan muatan:

$$v = \frac{dw}{dq}$$

Apabila untuk memindahkan 1 satuan muatan dari satu titik ke titik yang lain diperlukan energi 1 joule, maka beda tegangan antara dua titik tersebut adalah 1 volt

1 volt = 1 joule per coulomb

31

Daya

Simbol: p, Satuan: watt [W]

Daya adalah laju perubahan energi:

$$p = \frac{dw}{dt}$$

Apabila suatu piranti menyerap energi sebesar 1 joule setiap detiknya, maka piranti tersebut menyerap daya 1 watt

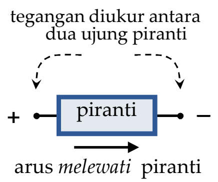
1 watt = 1 joule per detik

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq}\frac{dq}{dt} = vi$$

32

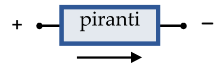
Referensi Sinyal

Perhitungan-perhitungan dalam analisis bisa menghasilkan bilangan positif ataupun negatif, tergantung dari pemilihan referensi sinyal



Konvensi Pasif:

Referensi tegangan dinyatakan dengan tanda "+" dan "–" di ujung simbol piranti;



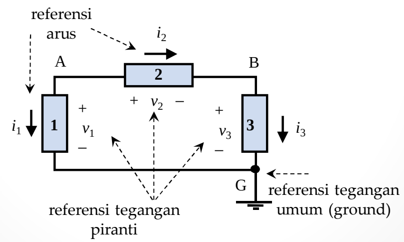
Arah arus digambarkan *masuk ke elemen* pada titik yang bertanda "+".

Referensi tegangan dinyatakan dengan tanda "+" dan "–" di ujung simbol piranti; ujung dengan tanda "+" dianggap memiliki tegangan (potensial) lebih tinggi dibanding ujung yang bertanda "–". Jika dalam perhitungan diperoleh angka negatif, hal itu berarti tegangan piranti dalam rangkaian sesungguhnya lebih tinggi pada ujung yang bertanda "–".

Referensi arus dinyatakan dengan anak panah. Arah anak panah dianggap menunjukkan arah positif arus. Jika dalam perhitungan diperoleh angka negatif, hal itu berarti arus pada piranti dalam rangkaian sesungguhnya berlawanan dengan arah referensi.

Titik Referensi Tegangan Umum

Suatu simpul (titik hubung dua atau lebih piranti) dapat dipilih sebagai titik *referensi tegangan umum* dan diberi simbol "pentanahan". Titik ini dianggap memiliki tegangan nol. Tegangan simpul-simpul yang lain dapat dinyatakan relatif terhadap referensi umum ini.



Dengan konvensi pasif ini maka:
daya positif berarti piranti menyerap daya
daya negatif berarti piranti memberikan daya

(isilah kotak yang kosong)

Piranti	v [V]	i [A]	p [W]	menerima/ memberi daya
A	12	5		
B	24	-3		
C	12		72	
D		-4	96	
E	24		72	

37

Muatan
Simbol: ***q*** Satuan: coulomb [C]

Muatan, yang tidak dilibatkan langsung dalam analisis, diperoleh dari arus

Arus $i = \dfrac{dq}{dt}$

Muatan $q = \int_{t_1}^{t_2} i dt$

38

Energi
Simbol: ***w*** Satuan: joule [J]

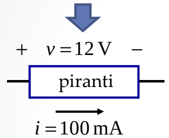
Energi, yang tidak dilibatkan langsung dalam analisis, diperoleh dari daya

Daya $p = \dfrac{dw}{dt}$

Energi $w = \int_{t_1}^{t_2} p dt$

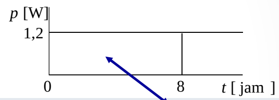
39

CONTOH: Tegangan pada suatu piranti adalah 12 V (konstan) dan arus yang mengalir padanya adalah 100 mA. a). Berapakah daya yang diserap ? b). Berapakah energi yang diserap selama 8 jam? c). Berapakah jumlah muatan yang dipindahkan melalui piranti tersebut selama 8 jam itu?



a). $p = vi = 12 \times 100 \times 10^{-3} = 1{,}2$ W

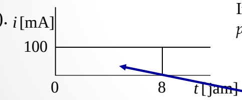
b).



$w = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_0^8 1{,}2 dt = 1{,}2t \Big|_0^8 = 1{,}2(8-0) = 9{,}6$ Wh

Ini adalah luas bidang yang dibatasi oleh garis $p = 1{,}2$ W, dan t antara 0 dan 8 jam

c).

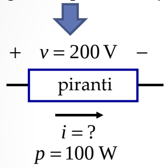


Ini adalah luas bidang yang dibatasi oleh garis $i = 100$ mA , dan t antara 0 dan 8 jam

$q = \int_{t_1}^{t_2} i dt = \int_0^8 100 \times 10^{-3} dt = 100 \times 10^{-3} t \Big|_0^8 = 0{,}1(8-0) = 0{,}8$ Ah

40

CONTOH: Sebuah piranti menyerap daya 100 W pada tegangan 200V (konstan). Berapakah besar arus yang mengalir dan berapakah energi yang diserap selama 8 jam ?



$$i=\frac{p}{v}=\frac{100}{200}=0{,}5\ \text{A}$$

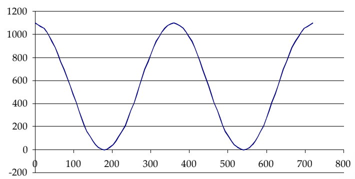
$$w=\int_{t_1}^{t_2} p\,dt=\int_0^8 100\,dt=100t\Big|_0^8=800\ \text{Wh}=0{,}8\ \text{kWH}$$

CONTOH: Arus yang melalui suatu piranti berubah terhadap waktu sebagai $i(t) = 0{,}05t$ ampere. Berapakah jumlah muatan yang dipindahkan melalui piranti ini antara $t = 0$ sampai $t = 5$ detik ?

$$q=\int_0^5 i\,dt=\int_0^5 0{,}05t\,dt=\frac{0{,}05}{2}t^2\Big|_0^5=\frac{1{,}25}{2}=0{,}625\ \text{coulomb}$$

CONTOH: Tegangan pada suatu piranti berubah terhadap waktu sebagai $v = 220\cos 400t$ dan arus yang mengalir adalah $i = 5\cos 400t$ A. a). Bagaimanakah variasi daya terhadap waktu ? b). Berapakah nilai daya maksimum dan daya minimum ?

$$\text{a).}\ p=v\times i=220\cos 400t\times 5\cos 400t=1100\cos^2 400t\ \ \text{W}$$
$$=550(1+\cos 800t)=550+550\cos 800t\ \ \text{W}$$



$$\text{b). Nilai daya}:\ p_{\text{maksimum}}=550+550=1100\ \ \text{W}$$
$$p_{\text{minimum}}=550-550=0\ \ \text{W}$$

CONTOH: Tegangan pada suatu piranti berubah terhadap waktu sebagai $v = 220\cos 400t$ V dan arus yang mengalir adalah $i = 5\sin 400t$ A. a). Bagaimanakah variasi daya terhadap waktu ? b). Tunjukkan bahwa piranti ini menyerap daya pada suatu selang waktu tertentu dan memberikan daya pada selang waktu yang lain. c). Berapakah daya maksimum yang diserap ? d). Berapa daya maksimum yang diberikan ?

$$\text{a).}\ p=220\cos 400t\times 5\sin 400t=1100\sin 400t\cos 400t=550\sin 800t\ \ \text{W}$$

b). daya merupakan fungsi sinus. Selama setengah perioda daya bernilai posisitif dan selama setengah perioda berikutnya ia bernilai negatif. Jika pada waktu daya bernilai positif mempunyai arti bahwa piranti menyerap daya, maka pada waktu bernilai negatif berarti piranti memberikan daya

$$\text{c).}\ p_{maks\ diserap}=550\ \ \text{W}$$

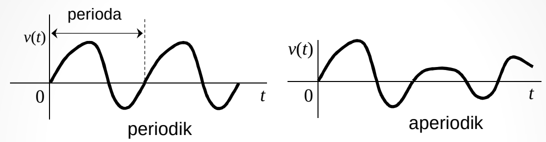
$$\text{d).}\ p_{maks\ diberikan}=550\ \ \text{W}$$

Pernyataan Sinyal

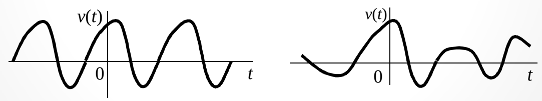
Kita mengenal berbagai pernyataan tentang sinyal

Sinyal periodik & Sinyal Aperiodik
Sinyal Kausal & Non-Kausal
Nilai sesaat
Amplitudo
Nilai amplitudo puncak ke puncak (peak to peak value)
Nilai puncak
Nilai rata-rata
Nilai efektif (nilai rms ; rms value)

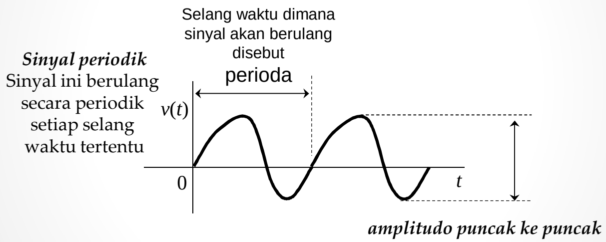
Sinyal kausal, berawal di $t = 0$



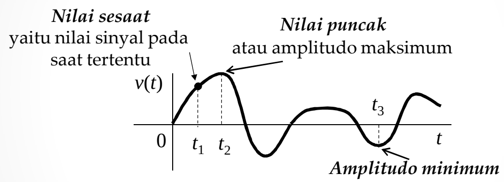
Sinyal non-kausal, berawal di $t = -\infty$



Perioda dan Amplitudo Sinyal



Nilai-Nilai Sinyal

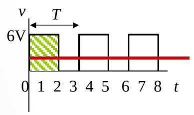


Nilai Rata-Rata Sinyal

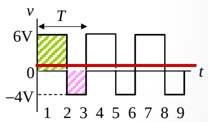
Definisi: $V_{rr} = \dfrac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v(x)dx$

Integral sinyal selama satu perioda dibagi perioda

CONTOH:



$$V_{rr} = \frac{1}{3}\int_0^3 v(t)dt = \frac{1}{3}\int_0^2 6dt$$
$$= \frac{1}{3}(6t)\Big|_0^2 = \frac{1}{3}(12-0) = 4\text{ V}$$



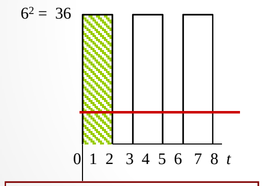
$$V_{rr} = \frac{1}{3}\int_0^3 v(t)dt = \frac{1}{3}\left(\int_0^2 6dt - \int_2^3 6dt\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left\{(6t)\Big|_0^2 - (6t)\Big|_2^3\right\} = 4-2 = 2\text{ V}$$

Nilai efektif (rms)

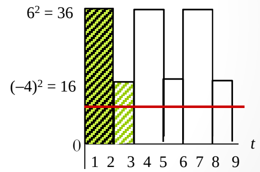
Definisi: $V_{rms} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} [v(t)]^2\, dt}$

Akar dari integral kuadrat sinyal selama satu perioda yang dibagi oleh perioda

CONTOH: nilai efektif dari sinyal pada contoh sebelumnya

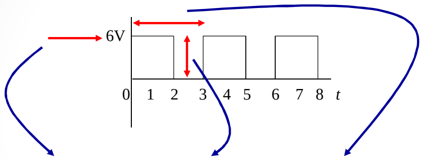


$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3}\int_0^2 6^2\, dt} = \sqrt{\frac{1}{3}(36t)\Big|_0^2} = \sqrt{\frac{72}{3}}\text{ V}$$



$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3}\left(\int_0^2 6^2\, dt + \int_2^3 4^2\, dt\right)} = \sqrt{\frac{1}{3}(72+16)} = \sqrt{\frac{88}{3}}\text{ V}$$

CONTOH: Tentukanlah nilai, tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), perioda (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini.

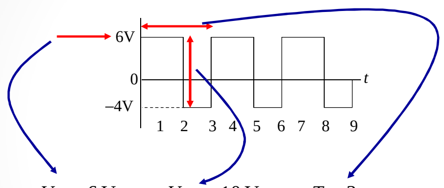


$$V_p = 6\text{ V} \quad ; \quad V_{pp} = 6\text{ V} \quad ; \quad T = 3\text{s}$$

$$V_{rr} = \frac{1}{3}\left(\int_0^2 6dt + \int_2^3 0dt\right) = \frac{1}{3}(6\times2+0) = 4\text{ V}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3}\left(\int_0^2 6^2\, dt + \int_2^3 0^2\, dt\right)} = \sqrt{\frac{1}{3}(36\times2+0)} = 4{,}9\text{ V}$$

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), perioda (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini.

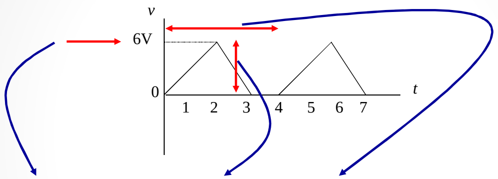


$$V_p = 6\text{ V} \quad ; \quad V_{pp} = 10\text{ V} \quad ; \quad T = 3\text{s}$$

$$V_{rr} = \frac{1}{3}\left(\int_0^2 6dt + \int_2^3 -4dt\right) = \frac{1}{3}(6\times2-4\times1) = 2{,}66\text{ V}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3}\left(\int_0^2 6^2\, dt + \int_2^3 (-4)^2\, dt\right)} = \sqrt{\frac{1}{3}(36\times2+16\times1)} = 5{,}42\text{ V}$$

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), perioda (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini



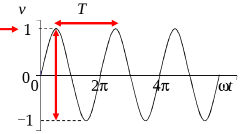
$$V_p = 6\text{ V} \quad ; \quad V_{pp} = 6\text{ V} \quad ; \quad T = 4\text{ s}$$

$$V_{rr} = \frac{1}{4}\left(\int_0^2 3t\,dt + \int_2^3 (6-6(t-2))dt + \int_3^4 0\,dt\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{6\times 3}{2}\right) = 2{,}25\text{ V}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4}\left(\int_0^2 9t^2 dt + \int_2^3 (6-6(t-2))^2 dt + \int_3^4 0^2 dt\right)} = 3{,}0\text{ V}$$

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), perioda, tegangan rata-rata, dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan sinus ini

$v = \sin \omega t$ V



$V_p = 1\text{ V};$
$V_{pp} = 2\text{ V};$
$T = 2\pi;$
$V_{rr} = 0\text{ V}$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int \sin^2 \omega t\, d\omega t}$$

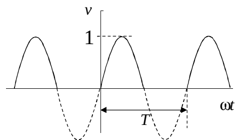
$$\left.\begin{aligned} \frac{d \sin x \cos x}{dx} &= -\sin^2 x + \cos^2 x \\ 1 &= \sin^2 x + \cos^2 x \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &1 - \frac{d(\sin x \cos x)}{dx} = 2\sin^2 x \\ &\Rightarrow \frac{dx - d(\sin x \cos x)}{2} = \sin^2 x\,dx \end{aligned} \quad \Rightarrow \int \frac{dx - d(\sin x \cos x)}{2} = \int \sin^2 x\,dx$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int \sin^2 \omega t\, d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\times\left(\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{2}\sin \omega t \cos \omega t\right)\Bigg|_0^{2\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi}\times\left(\frac{2\pi}{2} - \frac{1}{2}(0-0)\right)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\text{ V}$$

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), perioda (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini

$v = \sin \omega t$ V



$V_p = 1\text{ V}; \quad V_{pp} = 1\text{ V}; \quad T = 2\pi;$

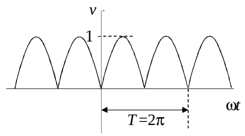
$$V_{rr} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} \sin \omega t\, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\times(\cos \omega t)\Big|_0^{\pi} = \frac{1}{2\pi}\times(-1+1) = \frac{1}{\pi}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} \sin^2 \omega t\, d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\times\left(\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{2}\sin \omega t \cos \omega t\right)\Bigg|_0^{\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi}\times\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}(0-0)\right)} = \frac{1}{2}\text{ V}$$

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), perioda (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini

$v = \sin \omega t$ V



$V_p = 1\text{ V}; \quad V_{pp} = 1\text{ V}; \quad T = 2\pi;$

$$V_{rr} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin \omega t\, d\omega t = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \sin \omega t\, d\omega t = \frac{1}{\pi}\times(\cos \omega t)\Big|_0^{\pi} = \frac{1}{2\pi}\times(-1+1) = \frac{2}{\pi}\text{ V}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t\, d\omega t} = \sqrt{2\times\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \sin^2 \omega t\, d\omega t} = \sqrt{2\times\frac{1}{\pi}\times\left(\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{2}\sin \omega t \cos \omega t\right)\Bigg|_0^{\pi}}$$

$$= \sqrt{2\times\frac{1}{\pi}\times\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}(0-0)\right)} = 1\text{ V}$$

3. Model Sinyal

Bentuk gelombang sinyal adalah suatu persamaan atau suatu grafik yang menyatakan sinyal sebagai fungsi dari waktu.

Ada dua macam bentuk gelombang, yaitu:

Bentuk Gelombang Dasar

Hanya ada 3 macam bentuk gelombang dasar yaitu:

Anak tangga (step)

Eksponensial

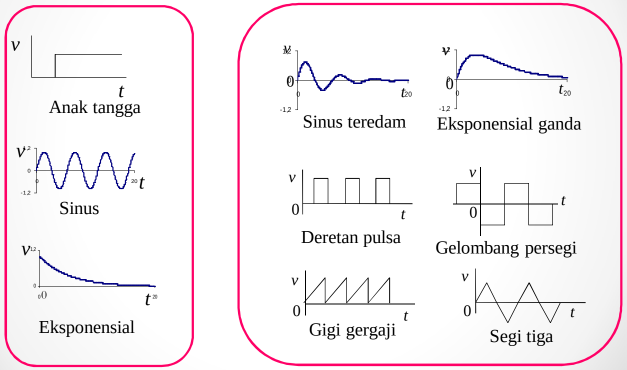
Sinus

Bentuk Gelombang Komposit

Bentuk gelombang komposit merupakan kombinasi (penjumlahan, pengurangan, perkalian) dari bentuk gelombang dasar.

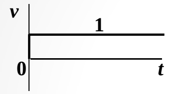
Tiga Bentuk Gelombang Dasar

Contoh Bentuk Gelombang Komposit



Bentuk Gelombang Dasar

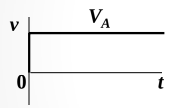
Fungsi Anak-Tangga (Fungsi Step)



$$\begin{aligned} v = u(t) &= 0 \quad \text{untuk} \quad t < 0 \\ &= 1 \quad \text{untuk} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

Amplitudo = 1

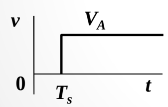
Muncul pada t = 0



$$\begin{aligned} v = V_A u(t) &= 0 \quad \text{untuk} \quad t < 0 \\ &= V_A \quad \text{untuk} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

Amplitudo = V_A

Muncul pada t = 0



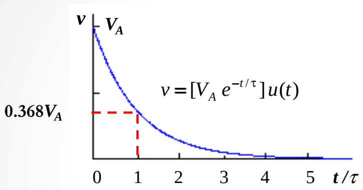
$$\begin{aligned} v = V_A u(t - T_s) &= 0 \quad \text{untuk} \quad t < 0 \\ &= V_A \quad \text{untuk} \quad t \geq T_s \end{aligned}$$

Amplitudo = V_A

Muncul pada $t = T_s$

Atau tergeser positif sebesar T_s

Bentuk Gelombang Eksponensial



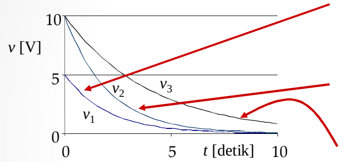
Amplitudo = V_A
τ : konstanta waktu

Pada $t = \tau$ sinyal sudah menurun sampai 36,8 % V_A.

Pada $t = 5\tau$ sinyal telah menurun sampai 0,00674V_A , kurang dari 1% V_A.

Kita definisikan durasi (lama berlangsungnya) suatu sinyal eksponensial adalah 5τ. Makin besar konstanta waktu, makin lambat sinyal menurun.

Contoh



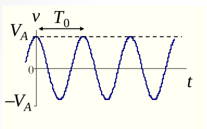
$v_1(t) = 5e^{-t/2}u(t)$ V
Konstanta waktu = 2

$v_2(t) = 10e^{-t/2}u(t)$ V
Konstanta waktu = 2

$v_3(t) = 10e^{-t/4}u(t)$ V
Konstanta waktu = 4

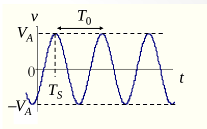
Makin besar konstanta waktu, makin lambat gelombang menurun

Gelombang Sinus



$v = V_A \cos(2\pi\, t\, /\, T_0)$

(Nilai puncak pertama terjadi pada t = 0)



$v = V_A \cos[2\pi(t - T_S)/T_0]$

(Nilai puncak pertama terjadi pada $t = T_S$)

Dapat ditulis

$v = V_A \cos[2\pi\, t\, / T_0 - \phi]$

dengan $\phi = 2\pi \frac{T_S}{T_0}$ (sudut fasa)

Karena frekuensi siklus $f_0 = \frac{1}{T_0}$

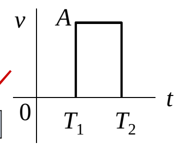
dan frekuensi sudut $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

maka

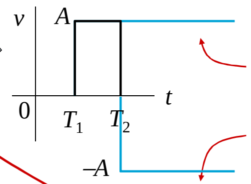
$v = V_A \cos[\, 2\pi\ f_0\ t - \phi]$ atau
$v = V_A \cos[\, \omega_0\ t - \phi]$

Bentuk Gelombang Komposit

Fungsi Impuls



Dipandang sebagai terdiri dari dua gelombang anak tangga



$v = Au(t - T_1)$
Muncul pada $t = T_1$

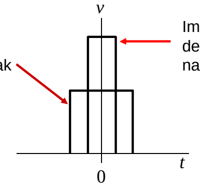
$v = -Au(t - T_2)$
Muncul pada $t = T_2$

$v = Au(t - T_1) - Au(t - T_2)$

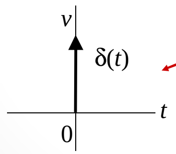
Impuls Satuan

Impuls simetris thd sumbu tegak

Luas = 1



Impuls simetris thd sumbu tegak dengan lebar impuls diperkecil namun dipertahankan luas tetap 1

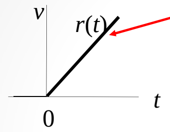


Lebar impuls terus diperkecil sehingga menjadi impuls satuan dengan definisi:

$$\begin{aligned} v = \delta(t) &= 0 \quad \text{untuk } t \neq 0 \\ &= 1 \quad \text{untuk } t = 0 \end{aligned}$$

65

Fungsi Ramp



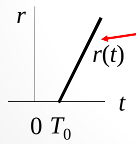
Amplitudo ramp berubah secara linier

Ramp muncul pada $t = 0$

$$v(t) = r(t) = t\,u(t)$$

Kemiringan = 1

Fungsi Ramp Tergeser



ramp berubah secara linier

muncul pada $t = T_0$

$$r(t) = K(t - T_0)u(t - T_0)$$

Kemiringan fungsi ramp

Pergeseran sebesar T_0

66

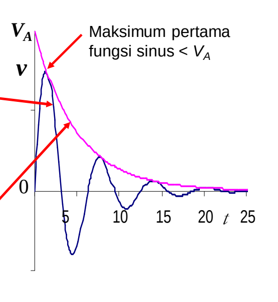
Sinus Teredam

$$v = \sin(\omega t)\left(V_A e^{-t/\tau}\right)u(t)$$
$$= V_A \sin\omega t \;\, e^{-t/\tau}\, u(t)$$

Faktor yang menyebabkan penurunan secara eksponensial

Fungsi sinus beramplitudo 1

Fungsi eksponensial beramplitudo V_A

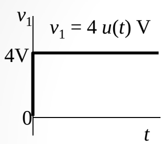


Maksimum pertama fungsi sinus < V_A

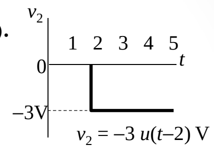
67

CONTOH: (bentuk gelombang anak tangga dan kompositnya)

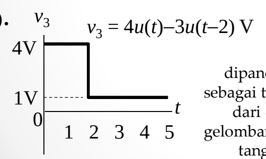
a).



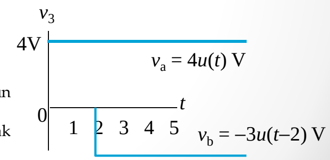
b).



c).

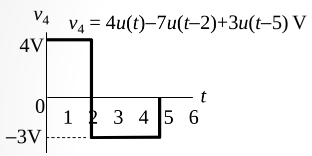


dipandang sebagai tersusun dari dua gelombang anak tangga

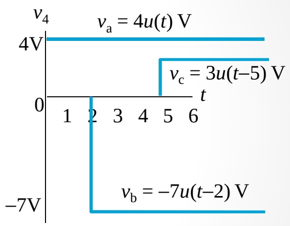


68

d).

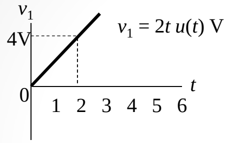


Dipandang sebagai tersusun dari tiga gelombang anak tangga

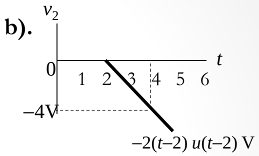


CONTOH: (fungsi ramp dan kompositnya)

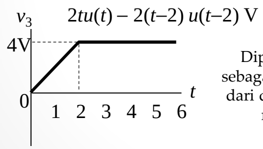
a).



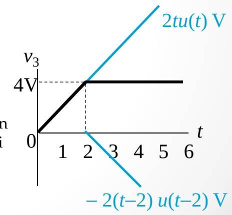
b).



c).

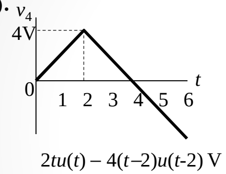


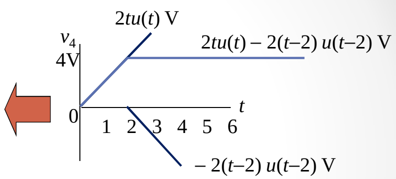
Dipandang sebagai tersusun dari dua fungsi ramp



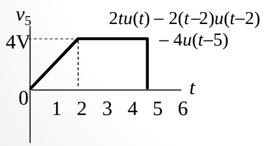
CONTOH: (fungsi ramp dan kompositnya)

d).

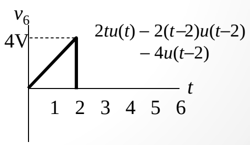




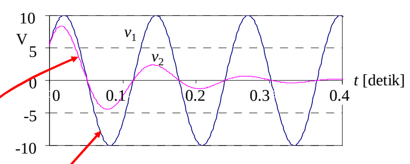
e).



f).



CONTOH: sinus teredam



sinus $v_1 = 10\cos(50(t - 0{,}020))u(t)$ V

sinus teredam $v_2 = 10\cos(50(t - 0{,}020))e^{-t/0{,}1}\,u(t)$ V

yang dapat diabaikan nilainya pada $t > 0{,}5$ detik

Spektrum Sinyal

Suatu sinyal periodik dapat diuraikan atas komponen-komponen penyusunnya. Komponen-komponen penyusun tersebut merupakan sinyal sinus.

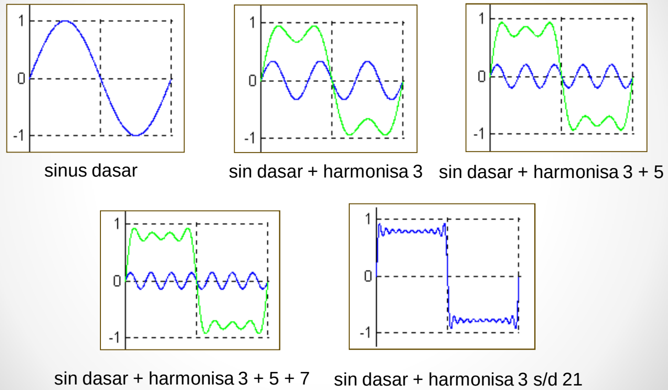
Kita juga dapat menyatakan sebaliknya, yaitu susunan sinyal-sinyal sinus akan membentuk suatu sinyal periodik.

Komponen sinus dengan frekuensi paling rendah disebut komponen sinus dasar, sedang komponen sinus dengan frekuensi lebih tinggi disebut komponen-komponen harmonisa.

Komponen harmonisa memiliki frekuensi yang merupakan kelipatan bulat dari frekuensi sinus dasar. Jika sinus dasar memiliki frekuensi f_0, maka harmonisa ke-3 mempunyai frekuensi $3f_0$, harmonisa ke-7 memiliki frekuensi $7f_0$, dst.

Berikut ini adalah suatu contoh penjumlahan sinyal sinus yang akhirnya membentuk gelombang persegi.

Contoh : Susunan sinyal sinus yang membentuk Gelombang Persegi



Berikut ini kita melihat suatu penjumlahan sinyal sinus yang kemudian kita analisis komponen per komponen.

Sinyal: $v = 10 + 30\cos(2\pi f_0 t) + 15\sin(2\pi(2f_0)t) - 7{,}5\cos(2\pi(4f_0)t)$

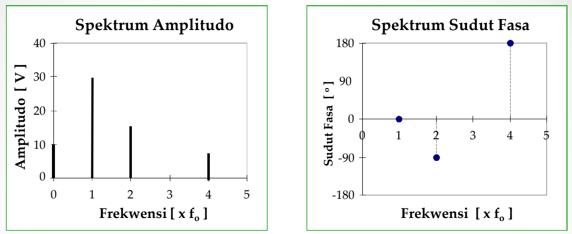
Uraian:

Frekuensi	0	f_0	$2f_0$	$4f_0$
Amplitudo (V)	10	30	15	7,5
Sudut fasa	–	0°	–90°	180°

Uraian amplitudo setiap komponen membentuk *spektrum amplitudo*

Uraian sudut fasa setiap komponen membentuk *spektrum sudut fasa*

Kedua spektrum tersebut digambarkan sebagai berikut:



Dalam spektrum ini, frekuensi sinyal terendah adalah nol, yaitu komponen arus searah

Frekuensi komponen sinus terendah adalah f_0.

Frekuensi komponen sinus tertinggi adalah $4f_0$.

Lebar Pita (band width)

Lebar pita adalah selisih dari frekuensi tertinggi dan terendah

Frekuensi tertinggi adalah batas frekuensi dimana amplitudo dari harmonisa-harmonisa yang frekuensinya di atas frekuensi ini dapat diabaikan

Batas frekuensi terendah adalah frekuensi sinus dasar jika bentuk gelombang yang kita tinjau tidak mengandung komponen searah. Jika mengandung komponen searah maka frekuensi terendah adalah nol

Spektrum sinyal periodik merupakan uraian bentuk gelombang sinyal menjadi deret Fourier

Deret Fourier

Suatu fungsi periodik dapat dinyatakan sebagai:

$$f(t) = a_0 + \sum [a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t)]$$

atau

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(n\omega_0 t - \varphi_n) \right]$$

$$\frac{b_n}{a_n} = \tan\varphi_n$$

Komponen searah

Amplitudo komponen sinus

Sudut Fasa komponen sinus

dimana:

$$a_0 = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t)dt$$

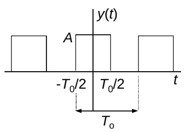
$$a_n = \frac{2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t)\cos(2\pi n f_0 t)dt$$

$$b_n = \frac{2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t)\sin(2\pi n f_0 t)dt$$

yang disebut sebagai ***koefisien Fourier***

Jika sinyal simetris terhadap sumbu-y, banyak koefisien Fourier bernilai nol

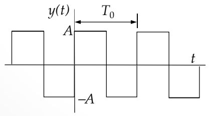
Simetri Genap $y(t) = y(-t)$



$$b_n = 0$$

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t)]$$

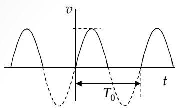
Simetri Ganjil $y(t) = -y(-t)$



$a_0 = 0$ dan $a_n = 0$

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} [b_n \sin(n\omega_0 t)]$$

Contoh: simetri ganjil - Penyearahan Setengah Gelombang

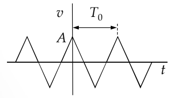


$$a_0 = A/\pi$$

$$a_n = \frac{2A/\pi}{1-n^2} \;\; n \text{ genap}; \;\; a_n = 0 \;\; n \text{ ganjil}$$

$$b_1 = A/2 \;; \;\; b_n = 0 \;\; n \neq 1$$

Contoh: simetri genap - Sinyal Segitiga



$$a_0 = 0$$

$$a_n = \frac{8A}{(n\pi)^2} \;\; n \text{ ganjil}; \;\; a_n = 0 \;\; n \text{ genap}$$

$$b_n = 0 \;\; \text{untuk semua } n$$

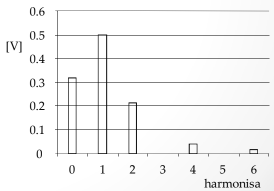
Contoh: Uraian Penyearahan Setengah Gelombang

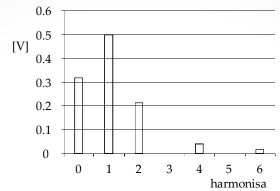
Koefisien Fourier		Amplitudo	φ [rad]
a_0	0,318	0,318	
a_1	0	0,5	1,57
b_1	0,5		
a_2	-0,212	0,212	0
b_2	0		
a_4	-0,042	0,042	0
b_4	0		
a_6	-0,018	0,018	0
b_6	0		

$A_0 = 0{,}318$ V; $A_1 = 0{,}5$ V; $A_2 = 0{,}212$ V;
$A_4 = 0{,}042$ V; $A_6 = 0{,}018$ V

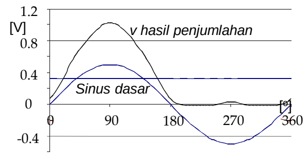
Uraian ini dilakukan hanya sampai pada harmonisa ke-6

Dan kita mendapatkan spektrum amplitudo sebagai berikut:





Jika dari spektrum yang hanya sampai harmonisa ke-6 ini kita jumlahkan kembali, kita peroleh bentuk gelombang:



Terdapat cacat pada bentuk gelombang hasil penjumlahan

Sampai harmonisa ke berapa kita harus menguraikan suatu bentuk gelombang periodik, tergantung seberapa jauh kita dapat menerima adanya cacat yang mungkin terjadi pada penjumlahan kembali spektrum sinyal

4. Model Piranti

Piranti Listrik dikelompokkan ke dalam 2 katagori

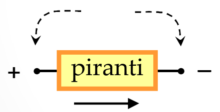
Piranti

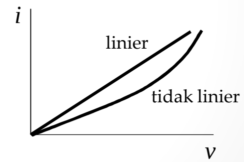
pasif menyerap daya

aktif memberi daya

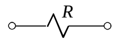
Model Piranti Pasif

Perilaku suatu piranti dinyatakan oleh ***karakteristik i-v*** yang dimilikinya, yaitu hubungan antara arus yang melalui piranti dengan tegangan yang ada di antara terminalnya.

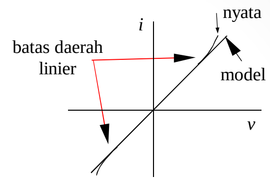




Resistor



Simbol:



Kurva *i* terhadap *v* tidak linier benar namun ada bagian yang sangat mendekati linier, sehingga dapat dianggap linier. Di bagian inilah kita bekerja.

$v_R = R\, i_R$ atau $i_R = G\, v_R$

dengan $G = \dfrac{1}{R}$

R disebut resistansi

G disebut konduktansi

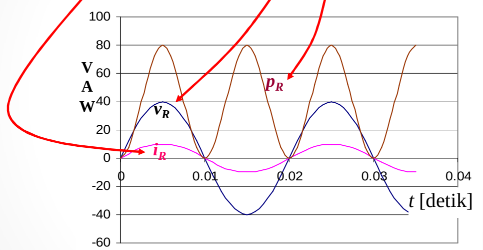
Daya pada R: $p_R = v_R\, i_R = i_R^2 R = v_R^2 G = \dfrac{v_R^2}{R}$

CONTOH:

Resistor: $R = 4\ \Omega$

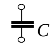
$i_R = 10 \sin 314\, t$ A

$\left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} \begin{matrix} v_R = 40 \sin 314t \text{ V} \\ p_R = 400 \sin^2 314\, t \text{ W} \end{matrix}$

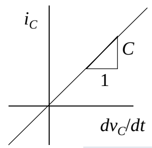


Bentuk gelombang arus sama dengan bentuk gelombang tegangan

Kapasitor



simbol



$i_C = C\dfrac{dv_C}{dt}$ ⟹ $v_C = v_C(t_0) + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_{t_0}^{t} i_C\, dt$

Konstanta proporsionalitas C disebut *kapasitansi*

Daya pada C: $p_C = v_C\, i_C = C v_C \dfrac{dv_C}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left[\dfrac{1}{2} C v_C^2\right]$

Daya adalah turunan terhadap waktu dari energi. Maka apa yang ada dalam tanda kurung adalah energi

Energi: $w_C = \dfrac{1}{2} C\, v_C^2 + \text{konstanta}$

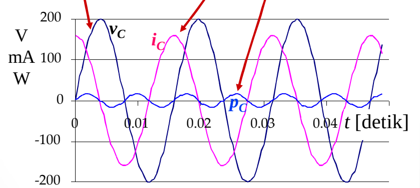
Energi awal

CONTOH:

***Kapasitor*:** $C = 2\ \mu\text{F} = 2\times10^{-6}\ \text{F}$ $\quad \dfrac{dv_C}{dt} = 80000\cos 400t\ \text{V}$

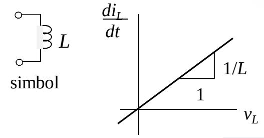
$v_C = 200\sin 400t\ \text{V}$ $\quad i_C = 0{,}16\cos 400t\ \text{A}$

$p_C = 16\sin 800t\ \text{W}$



Bentuk gelombang arus sama dengan bentuk gelombang tegangan namun i_C muncul lebih dulu dari v_C. Arus 90° mendahului tegangan

Induktor



$$v_L = L\frac{di_L}{dt} \qquad i_L = i_L(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v_L\, dt$$

Konstanta proporsionalitas

L disebut *induktansi*

$$\text{Daya pada } L: \quad p_L = v_L i_L = L i_L \frac{di_L}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2} L i_L^2\right]$$

Daya adalah turunan terhadap waktu dari energi. Maka apa yang ada dalam tanda kurung adalah energi

$$\text{Energi}: \quad w_L = \frac{1}{2} L i_L^2 + \text{konstanta}$$

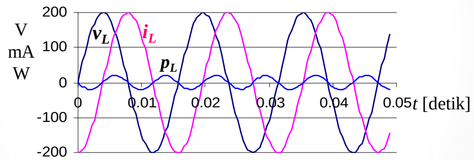
Energi awal

CONTOH:

Induktor : $L = 2{,}5$ H $\quad v_L = 200\sin 400t$ Volt

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} \rightarrow i_L = \frac{1}{L}\int v_L\, dt = -0{,}2\cos 400t + i_{L0}\ \ \text{A}$$

$$p_L = v_L i_L = -20\sin 800t\ \ \text{W}$$



Bentuk gelombang arus sama dengan bentuk gelombang tegangan namun i_L muncul lebih belakang dari v_L. Arus 90° di belakang tegangan

Resistansi, kapasitansi, dan induktansi, dalam analisis rangkaian listrik merupakan suatu ***konstanta proporsionalitas***

Secara fisik, mereka merupakan besaran ***dimensional***

Resistor

$v_R = R\, i_R$

Kapasitor

$i_C = C \dfrac{dv_C}{dt}$

Induktor

$v_L = L \dfrac{di_L}{dt}$

konstanta proporsionalitas

Secara Fisik

$R = \rho \dfrac{L}{A}$

resistivitas
L: panjang konduktor
A: luas penampang

$C = \varepsilon \dfrac{A}{d}$

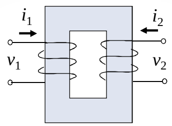
konstanta dielektrik
A: luas penampang elektroda
d: jarak elektroda

$L = kN^2$

konstanta
N: jumlah lilitan

Induktansi Bersama

Dua kumparan terkopel secara magnetik



Induktansi sendiri kumparan-1 $L_1 = k_1 N_1^2$

$L_2 = k_2 N_2^2$ Induktansi sendiri kumparan-2

Terdapat kopling magnetik antar kedua kumparan yang dinyatakan dengan: M

Kopling pada kumparan-1 oleh kumparan-2 $M_{12} = k_{12} N_1 N_2$

$M_{21} = k_{21} N_2 N_1$ Kopling pada kumparan-2 oleh kumparan-1

Jika medium magnet linier : $k_{12} = k_{21} = k_M$

$M_{12} = M_{21} = k_M N_1 N_2 = M = k\sqrt{L_1 L_2}$

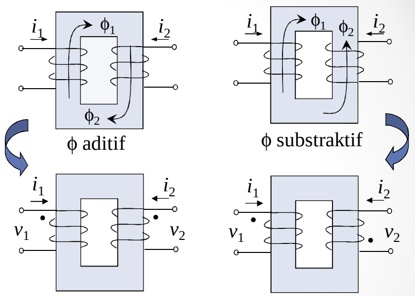
Persamaan tegangan di kumparan-1 $v_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} \pm M \dfrac{di_2}{dt}$

$v_2 = L_2 \dfrac{di_2}{dt} \pm M \dfrac{di_1}{dt}$ Persamaan tegangan di kumparan-2

Tanda ± tergantung dari apakah fluksi magnet yang ditimbulkan oleh kedua kumparan saling membantu atau saling berlawanan

Kopling magnetik bisa positif (aditif) bisa pula negatif (substraktif)

Untuk memperhitungkan kopling magnetik digunakan
Konvensi Titik:
Arus *i* yang *masuk ke ujung yang bertanda titik* di salah satu kumparan, membangkitkan tegangan *berpolaritas positif pada ujung kumparan lain yang juga bertanda titik.* Besarnya tegangan yang terbangkit adalah *M di/dt.*



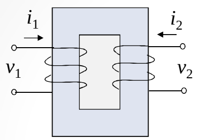
$v_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt}$

$v_2 = L_2 \dfrac{di_2}{dt} + M \dfrac{di_1}{dt}$

$v_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} - M \dfrac{di_2}{dt}$

$v_2 = L_2 \dfrac{di_2}{dt} - M \dfrac{di_1}{dt}$

Transformator Ideal



$L_1 = k_1 N_1^2$ $\quad L_2 = k_2 N_2^2$

$M_{12} = k_{12} N_1 N_2$ $\quad M_{21} = k_{21} N_2 N_1$

Jika kopling magnet terjadi secara sempurna, artinya fluksi magnit melingkupi kedua kumparan tanpa terjadi kebocoran, maka

$k_1 = k_2 = k_{12} = k_{21} = k_M$

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} = N_1\left(k_M N_1 \frac{di_1}{dt} \pm k_M N_2 \frac{di_2}{dt}\right)$$

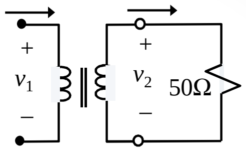
$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} = \pm N_2\left(\pm k_M N_2 \frac{di_2}{dt} + k_M N_1 \frac{di_1}{dt}\right)$$

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \pm \frac{N_1}{N_2}}$$

Jika susut daya adalah nol: $v_1 i_1 + v_2 i_2 = 0$

$$\boxed{\frac{i_2}{i_1} = -\frac{v_1}{v_2} = \mp \frac{N_1}{N_2}}$$

CONTOH:



$N1/N2 = 0{,}1$

$v_1 = 120\sin 400t$ V

$v_2 = (N_2/N_1)\,v_1 = 1200\sin 400t$ V

$i_2 = v_2/50 = 24\sin 400t$ A

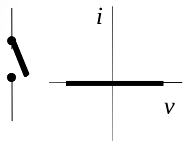
$i_1 = (N_2/N_1)\,i_2 = 240\sin 400t$ A

$p_L = v_2 i_2 = 28.8\sin^2 400t$ kW.

97

Saklar

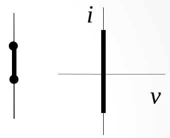
simbol



saklar terbuka

$i = 0$, v = sembarang

simbol



saklar tertutup

$v = 0$, i = sembarang

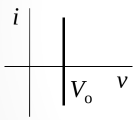
98

Model Piranti Aktif

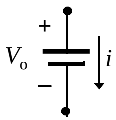
Sumber Tegangan Bebas Ideal

Sumber tegangan bebas memiliki tegangan yang ditentukan oleh dirinya sendiri, tidak terpengaruh oleh bagian lain dari rangkaian.

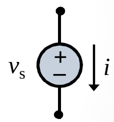
$v = v_s$ (tertentu) dan i = sesuai kebutuhan



Karakteristik i - v sumber tegangan konstan



Simbol sumber tegangan konstan



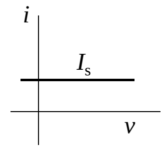
Simbol sumber tegangan bervariasi terhadap waktu

99

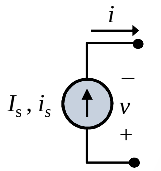
Sumber Arus Bebas Ideal

Sumber arus bebas memiliki kemampuan memberikan arus yang ditentukan oleh dirinya sendiri, tidak terpengaruh oleh bagian lain dari rangkaian.

$i = i_s$ (tertentu) dan v = sesuai kebutuhan



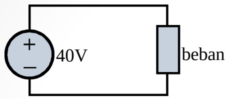
Karakteristik sumber arus ideal



Simbol sumber arus ideal

100

CONTOH:



Sumber Tegangan

Sumber Arus

$v_{beban} = v_{sumber} = 40$ V

$p_{beban} = 100$ W $\rightarrow$ $i = 2{,}5$ A

$p_{beban} = 200$ W $\rightarrow$ $i = 5$ A

Tegangan sumber tetap, arus sumber berubah sesuai pembebanan

$i_{beban} = i_{sumber} = 5$ A

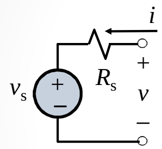
$p_{beban} = 100$ W $\rightarrow$ $v = 20$ V

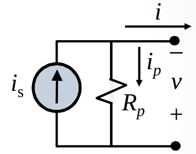
$p_{beban} = 200$ W $\rightarrow$ $v = 40$ A

Arus sumber tetap, tegangan sumber berubah sesuai pembebanan

Sumber Praktis

Sumber praktis memiliki karakteristik yang mirip dengan keadaan dalam praktik. Sumber ini digambarkan dengan menggunakan sumber ideal tetapi tegangan ataupun arus sumber tergantung dari besar pembebanan.





Sumber tegangan praktis terdiri dari *sumber ideal* v_s dan *resistansi seri* R_s sedangkan tegangan keluarannya adalah v.

v_s tertentu, akan tetapi *tegangan keluarannya* adalah $v = v_s - iR$

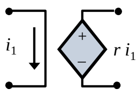
Sumber arus praktis terdiri dari *sumber ideal* i_s dan *resistansi paralel* R_p sedangkan tegangan keluarannya adalah v.

i_s tertentu, akan tetapi *arus keluarannya adalah* $i = i_s - i_p$

Sumber Tak-Bebas (Dependent Sources)

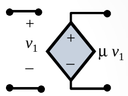
Sumber tak-bebas memiliki karakteristik yang ditentukan oleh besaran di bagian lain dari rangkaian. Ada empat macam sumber tak-bebas, yaitu:

CCVS



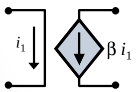
Sumber tegangan dikendalikan oleh arus

VCVS



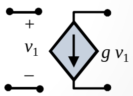
Sumber tegangan dikendalikan oleh tegangan

CCCS



Sumber arus dikendalikan oleh arus

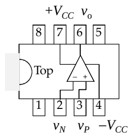
VCCS



Sumber arus dikendalikan oleh tegangan

Sumber tak bebas digunakan untuk memodelkan Penguat Operasional (OP AMP)

$+V_{CC}$: catu daya positif
$-V_{CC}$: catu daya negatif



v_P = tegangan masukan non-inversi;
v_N = tegangan masukan inversi;
v_o = tegangan keluaran;

Model Sumber Tak Bebas OP AMP

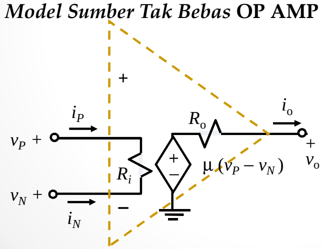
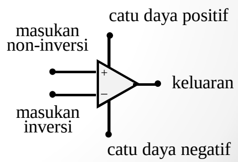
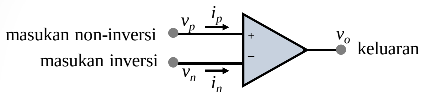


Diagram rangkaian



OP AMP Ideal

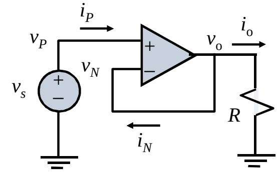
Suatu OPAMP ideal digambarkan dengan diagram rangkaian yang disederhanakan:



Jika OpAmp dianggap ideal maka terdapat relasi yang mudah pada sisi masukan

$$v_P = v_N$$
$$i_P = i_N = 0$$

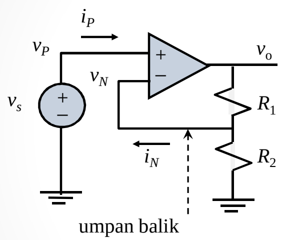
Contoh: ***Rangkaian Penyangga (buffer)***



$v_P = v_s$ $v_N = v_o$

$$v_P = v_N \Rightarrow v_o = v_s$$

Contoh: ***Rangkaian Penguat Non-Inversi***



$$v_P = v_s$$

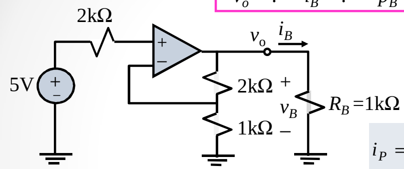
$$v_N = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_o$$

$$v_P = v_N \Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_o = v_s$$

$$v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_2} v_s$$

CONTOH:

$v_o = ?$ $i_B = ?$ $p_B = ?$



$$v_P = v_N$$

$$i_P = i_N = 0 = \frac{5 - v_N}{2000} \rightarrow v_N = 5 \text{ V}$$

$$v_N = \frac{1}{1+2} v_o \Rightarrow \frac{1}{3} v_o = 5 \text{ V} \rightarrow v_o = 15 \text{ V}$$

$$i_B = \frac{v_o}{R_B} \qquad p_B = v_B i_B = v_o i_B = i_B^2 R_B$$

Rangkaian dengan OP AMP yang lain akan kita pelajari dalam pembahasan tentang rangkaian pemroses sinyal

4. Hukum Dasar

Pekerjaan analisis rangkaian listrik berbasis pada dua Hukum Dasar yaitu

1. Hukum Ohm
2. Hukum Kirchhoff

Hukum Ohm

- ***Relasi Hukum Ohm***

$$v = iR$$

resistansi

- ***Resistansi konduktor***
  - *Suatu konduktor yang memiliki luas penampangn merata, A, mempunyai resistansi R*

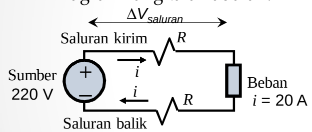
$$R = \frac{\rho\, l}{A}$$

ρ : resistivitas bahan konduktor dengan satuan $[\Omega.\text{mm}^2/\text{m}]$
l : panjang konduktor dengan satuan [m]
A : luas penampang konduktor dengan satuan $[\text{mm}^2]$

CONTOH:

Seutas kawat terbuat dari tembaga dengan resistivitas 0,018 Ω.mm2/m. Jika kawat ini mempunyai penampang 10 mm2 dan panjang 300 m, hitunglah resistansinya. Jika kawat ini dipakai untuk menyalurkan daya (searah), hitunglah tegangan jatuh pada saluran ini (yaitu beda tegangan antara ujung kirim dan ujung terima saluran) jika arus yang mengalir adalah 20 A. Jika tegangan di ujung kirim adalah 220 V, berapakah tegangan di ujung terima? Berapakah daya yang diserap saluran ?

Diagram rangkaian adalah:



Resistansi saluran kirim : $R = \frac{\rho l}{A} = \frac{0{,}018 \times 300}{10} = 0{,}054\ \Omega$

Karena ada saluran balik, $R_{saluran} = 2 \times 0{,}054 = 0{,}108\ \Omega$

Saluran dialirai arus 20 A, terjadi tegangan jatuh antara sumber dan beban :
$\Delta V_{saluran} = iR_{saluran} = 20 \times 0{,}108 = 2{,}16\ \text{V}$

Tegangan di beban = tegangan sumber − tegangan jatuh di saluran :
$v_{terima} = 220 - 2{,}16 = 217{,}84\ \text{V}$

Daya yang diserap saluran, merupakan susut daya di saluran
$p_{saluran} = i^2 R = (20)^2 \times 0{,}108 = 43{,}2\ \text{W}$

Hukum Kirchhoff

Ada beberapa istilah yang perlu kita fahami lebih dulu

Terminal : ujung akhir sambungan piranti atau rangkaian.

Rangkaian : beberapa piranti yang dihubungkan pada terminalnya.

Simpul (Node) : titik sambung antara dua atau lebih piranti.

Catatan : Walaupun sebuah simpul diberi pengertian sebagai sebuah titik tetapi kawat-kawat yang terhubung langsung ke titik simpul itu merupakan bagian dari simpul; jadi dalam hal ini kita mengabaikan resistansi kawat.

Simpai (Loop): rangkaian tertutup yang terbentuk apabila kita berjalan mulai dari salah satu simpul mengikuti sederetan piranti dengan melewati tiap simpul tidak lebih dari satu kali dan berakhir pada simpul tempat kita mulai perjalanan.

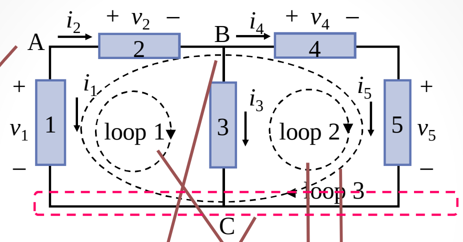
Ada dua hukum Kirchhoff, yaitu

1. Hukum Tegangan Kirchhoff
2. Hukum Arus Kirchhoff

Formulasi dari kedua hukum tersebut adalah sebagai berikut:

- ***Hukum Arus Kirchhoff (HAK) -Kirchhoff's Current Law (KCL)***
  - Setiap saat, jumlah aljabar arus di satu simpul adalah nol
- ***Hukum Tegangan Kirchhoff* (HTK) *Kirchhoff's Voltage Law* (KVL)**
  - Setiap saat, jumlah aljabar tegangan dalam satu loop adalah nol

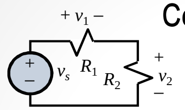
Relasi-relasi kedua hukum Kirchhoff



HAK untuk simpul:	HTK untuk loop:
simpul A : $-i_1 - i_2 = 0$	loop 1 : $-v_1 + v_2 + v_3 = 0$
simpul B : $+i_2 - i_3 - i_4 = 0$	loop 2 : $-v_3 + v_4 + v_5 = 0$
simpul C : $+i_1 + i_3 + i_4 = 0$	loop 3 : $-v_1 + v_2 + v_4 + v_5 = 0$

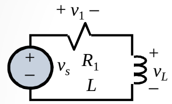
Contoh : HTK

a).



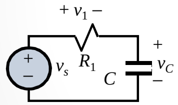
$-v_s + v_1 + v_2 = 0 \quad \rightarrow \; v_s = i_1 R_1 + i_2 R_2$

b).



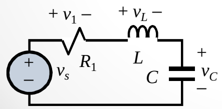
$-v_s + v_1 + v_L = 0 \quad \rightarrow \; v_s = i_1 R_1 + L\dfrac{di_L}{dt}$

c).



$-v_s + v_1 + v_C = 0 \quad \rightarrow \; v_s = i_1 R_1 + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_C dt$

d).

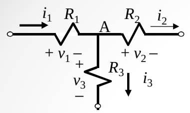


$-v_s + v_1 + v_L + v_C = 0$

$\rightarrow v_s = i_1 R_1 + L\dfrac{di_L}{dt} + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_C dt$

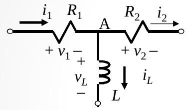
Contoh : HAK

a).



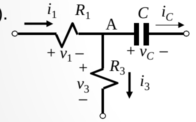
$i_1 - i_2 - i_3 = 0$ $\rightarrow \frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} = 0$

b).



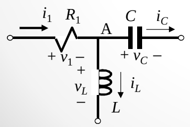
$i_1 - i_2 - i_L = 0$ $\rightarrow \frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2} - \frac{1}{L}\int v_L dt = 0$

c).



$i_1 - i_C - i_3 = 0$ $\rightarrow \frac{v_1}{R_1} - C\frac{dv_C}{dt} - \frac{v_3}{R_3} = 0$

d).

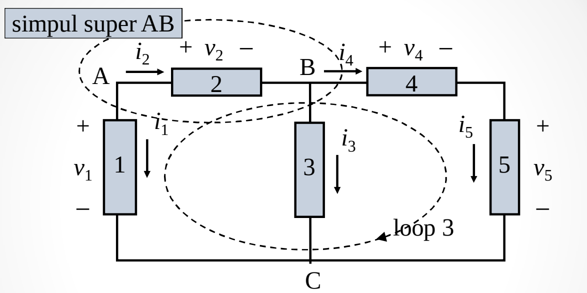


$i_1 - i_C - i_L = 0$ $\rightarrow \frac{v_1}{R_1} - C\frac{dv_C}{dt} - \frac{1}{L}\int v_L dt = 0$

Pengembangan HTK *dan* HAK

Hukum Kirchhoff dapat dikembangan, tidak hanya berlaku untuk simpul ataupun loop sederhana saja, akan tetapi berlaku pula untuk *simpul super* maupun *loop super*

***simpul super* merupakan gabungan dari beberapa simpul**
loop super merupakan gabungan dari beberapa loop



simpul super AB

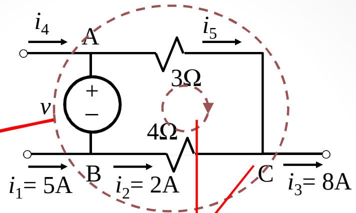
$\boxed{-i_1 - i_3 - i_4 = 0}$

loop 3 = mesh super

$\boxed{-v_1 + v_2 + v_4 + v_5 = 0}$

CONTOH:

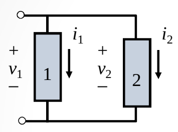
$\boxed{v = ?}$



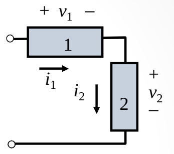
simpul super ABC	$i_4 + i_1 - i_3 = 0 \Rightarrow i_4 = i_3 - i_1 = 8 - 5 = 3$ A
Simpul C	$i_2 + i_5 - i_3 = 0 \Rightarrow i_5 = i_3 - i_2 = 8 - 2 = 6$ A
loop ACBA	$-v + 3i_5 - 4i_2 = 0 \Rightarrow v = 3\times 6 - 4\times 2 = 10$ V

5. Kaidah-Kaidah Rangkaian

Hubungan Seri dan Paralel



Hubungan paralel
$v_1 = v_2$



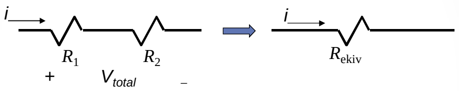
Hubungan seri
$i_1 = i_2$

Dua elemen atau lebih dikatakan terhubung paralel jika mereka terhubung pada dua simpul yang sama

Dua elemen dikatakan terhubung seri jika mereka hanya mempunyai satu simpul bersama dan tidak ada elemen lain yang terhubung pada simpul itu

Rangkaian Ekivalen Resistor Seri

Dua rangkaian disebut ekivalen jika antara dua terminal tertentu, mereka mempunyai karakteristik *i-v* yang identik

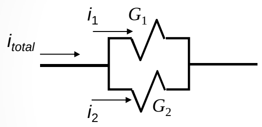


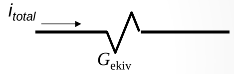
$$\text{Resistansi Seri: } R_{ekiv} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots$$

$$\begin{aligned} V_{total} &= V_{R1} + V_{R2} + \cdots\cdots = R_1 i + R_2 i + \cdots\cdots \\ &= (R_1 + R_2 + \cdots\cdot)i = R_{ekivalen} i. \end{aligned}$$

Rangkaian Ekivalen Resistor Paalel

Dua rangkaian disebut ekivalen jika antara dua terminal tertentu, mereka mempunyai karakteristik *i-v* yang identik

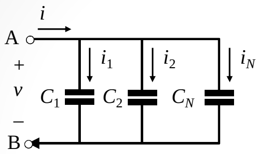




$$\text{Konduktansi Paralel: } G_{ekiv} = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots$$

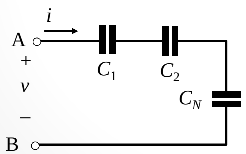
$$\begin{aligned} i_{total} &= i_{G1} + i_{G2} + \cdots\cdots = G_1 v + G_2 v + \cdots\cdots \\ &= (G_1 + G_2 + \cdots\cdots)v = G_{ekivalen} v \end{aligned}$$

Kapasitansi Ekivalen Kapasitor Paralel



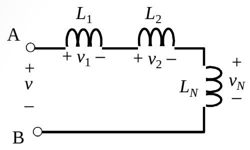
Kapasitor Paralel:
$$C_{ek} = C_1 + C_2 + \cdots + C_N$$

Kapasitansi Ekivalen Kapasitor Seri



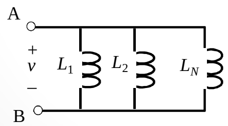
Kapasitor Seri:
$$\frac{1}{C_{ek}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}$$

Induktansi Ekivalen Induktor Seri



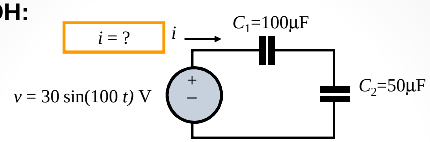
Induktor Seri:
$$L_{ek} = L_1 + L_2 + \cdots + L_N$$

Induktansi Ekivalen Induktor Paralel



Induktor Paralel:
$$\frac{1}{L_{ek}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}$$

CONTOH:



$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{50} = \frac{50+100}{5000} = \frac{3}{100} \rightarrow C_{tot} = \frac{100}{3}\ \mu\text{F} = \frac{10^{-4}}{3}\ \text{F}$$

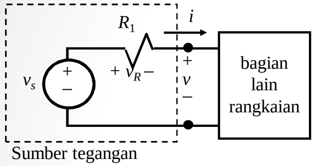
$$\rightarrow i = C_{tot}\frac{dv}{dt} = \frac{10^{-4}}{3} \times 3000 \cos 100t = 0{,}1 \cos 100t\ \text{A}$$

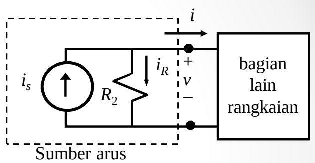
Jika kapasitor dihubungkan paralel :

$$C_{tot} = 100 + 50 = 150\ \mu\text{F} = 0{,}15 \times 10^{-3}\ \text{F}$$

$$\rightarrow i = C_{tot}\frac{dv}{dt} = 0{,}15 \times 10^{-3} \times 3000 \cos 100t = 0{,}45 \cos 100t\ \text{A}$$

Sumber Ekivalen

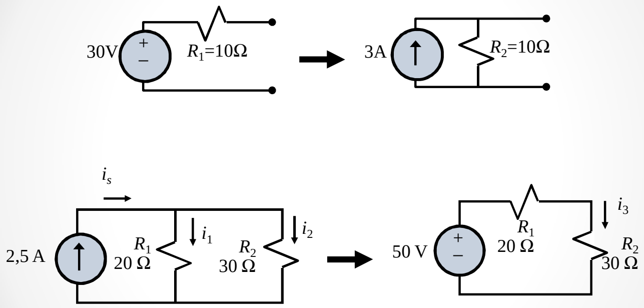




Dari sumber tegangan menjadi sumber arus → $i_s = \frac{v_s}{R_1}$ $R_2 = R_1$

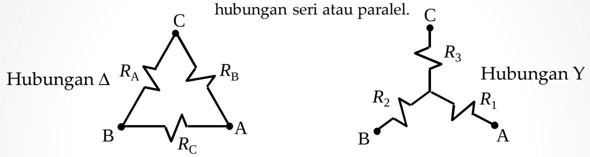
$v_s = i_s R_2$ $R_1 = R_2$ ← Dari sumber arus menjadi sumber tegangan

CONTOH:



Transformasi Y - Δ

Rangkaian mungkin terhubung Δ atau Y. Menggantikan hubungan Δ dengan hubungan Y yang ekivalen, atau sebaliknya, dapat mengubah rangkaian menjadi hubungan seri atau paralel.



Ekivalen Δ dari Y

$$R_A = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_1}$$

$$R_B = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_2}$$

$$R_C = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_3}$$

Ekivalen Y dari Δ

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_C R_A}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

Dalam keadaan seimbang,

$R_A = R_B = R_C$ atau $R_1 = R_2 = R_3$

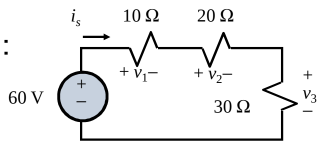
$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3}$$

$$R_\Delta = 3R_Y$$

Kaidah Pembagi Tegangan

$$\text{Pembagi Tegangan:} \quad v_k = \left(\frac{R_k}{R_{total}}\right) v_{total}$$

Contoh:

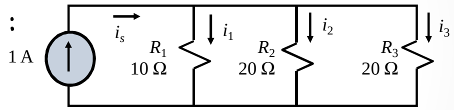


$v_1 = 10\text{ V}$; $v_2 = 20\text{ V}$; $v_3 = 30\text{ V}$

Kaidah Pembagi Arus

$$\text{Pembagi Arus:} \quad i_k = \left(\frac{G_k}{G_{total}}\right) i_{total}$$

Contoh :



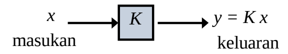
$$i_1 = \frac{G_1}{G_{tot}} i_s = \frac{(1/10)}{(1/10)+(1/20)+(1/20)} \times 1 = 0{,}5\text{ A}$$

$$i_2 = \frac{G_2}{G_{tot}} i_s = 0{,}25\text{ A} \quad ; \quad i_3 = \frac{G_3}{G_{tot}} i_s = 0{,}25\text{ A}$$

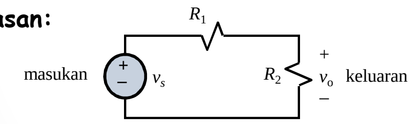
6. Teorema Rangkaian

Proporsionalitas

Keluaran dari suatu rangkaian linier adalah proporsional terhadap masukannya



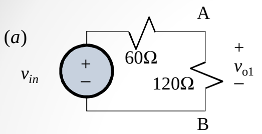
Penjelasan:



$$v_o = \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right) v_s \qquad K = \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)$$

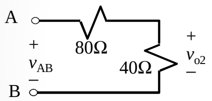
CONTOH:

(a)



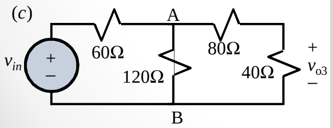
$$v_{o1} = \left(\frac{120}{120+60}\right) v_{in} = (2/3)\, v_{in}\,;\ K_1 = (2/3)$$

(b)



$$v_{o2} = \left(\frac{40}{40+80}\right) v_{AB} = (1/3) v_{AB} \rightarrow K_2 = 1/3$$

(c)



$$\begin{aligned} v_{o3} &= \left(\frac{40}{40+80}\right) v_{AB} \\ &= \left(\frac{40}{40+80}\right)\left(\frac{120 \parallel (40+80)}{120 \parallel (40+80)+60}\right) v_{in} \\ &= (1/3) \times (1/2) = 1/6\, v_{in} \\ \Rightarrow\ K_3 &= (1/6) \end{aligned}$$

Prinsip Superposisi

Keluaran dari suatu rangkaian linier yang dicatu oleh lebih dari satu sumber adalah jumlah keluaran dari masing-masing sumber jika masing-masing sumber bekerja sendiri-sendiri

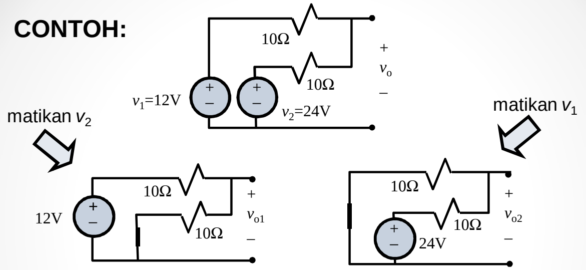
Suatu sumber bekerja sendiri apabila sumber-sumber yang lain dimatikan

***Cara mematikan sumber*:**

a. Mematikan *sumber tegangan* berarti membuat tegangan sumber itu menjadi nol, artinya sumber ini menjadi *hubungan singkat*.

b. Mematikan *sumber arus* adalah membuat arus sumber menjadi nol, artinya sumber ini menjadi *hubungan terbuka*.

CONTOH:



$$v_{o1}=\frac{10}{10+10}\times 12\text{ V}=6\text{ V}$$

$$v_{o2}=\frac{10}{10+10}\times 24\text{ V}=12\text{ V}$$

Keluaran v_o jika kedua sumber bekerja bersama adalah:

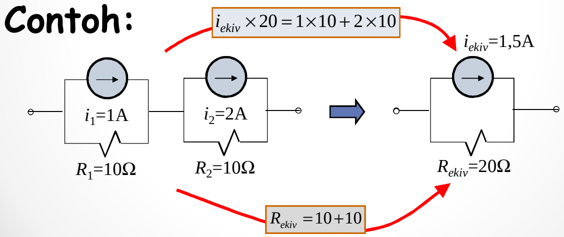
$$v_o=v_{o1}+v_{o2}=6+12=18\text{ V}$$

Teorema Millman

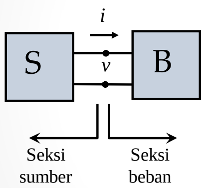
Apabila beberapa sumber arus i_k yang masing-masing memiliki resistansi paralel R_k dihubungkan seri, maka hubungan seri tersebut dapat digantikan dengan satu sumber arus ekivalen i_{ekiv} dengan resistansi paralel ekivalen R_{ekiv} sedemikian sehingga

$$i_{ekiv}R_{ekiv}=\sum R_k i_k \quad \text{dan} \quad R_{ekiv}=\sum R_k$$

Contoh:



Suatu rangkaian bisa dipandang terdiri dari dua seksi



Teorema Thévenin

Jika rangkaian seksi sumber pada hubungan dua-terminal adalah linier, maka sinyal pada terminal interkoneksi tidak akan berubah jika rangkaian seksi sumber itu diganti dengan rangkaian ekivalen Thévenin

Teorema Norton

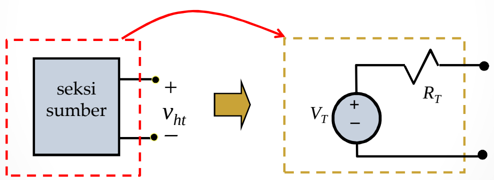
Jika rangkaian seksi sumber pada hubungan dua-terminal adalah linier, maka sinyal pada terminal interkoneksi tidak akan berubah jika rangkaian seksi sumber itu diganti dengan rangkaian ekivalen Norton

Rangkaian ekivalen Thévenin

Seksi sumber dari suatu rangkaian dapat digantikan oleh

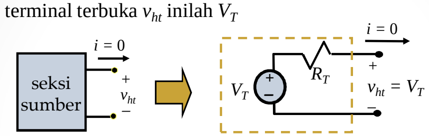
Rangkaian ekivalen Thévenin

yaitu rangkaian yang terdiri dari satu sumber tegangan V_T yang terhubung seri dengan resistor R_T

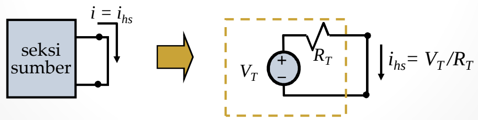


Cara Menentukan V_T dan R_T

Untuk mencari V_T : lepaskan beban sehingga seksi sumber menjadi terbuka. Tagangan terminal terbuka v_{ht} inilah V_T



Untuk mencari R_T : hubung singkatlah terminal beban sehingga seksi sumber menjadi terhubung singkat dan mengalir arus hubung singkat i_{hs}. R_T adalah V_T dibagi hi_s.

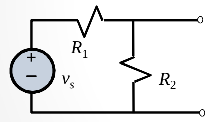


Jadi dalam Rangkaian ekivalen Thevenin : $V_T = v_{ht}$ dan $R_T = v_{ht} / i_{hs}$

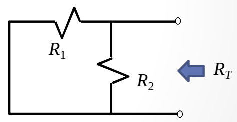
Cara lain mencari R_T

Cara lain yang lebih mudah untuk menentukan R_T adalah dengan melihat resistansi dari terminal beban ke arah seksi sumer dengan semua sumber dimatikan.

Penjelasan:



Dengan mematikan sumber maka



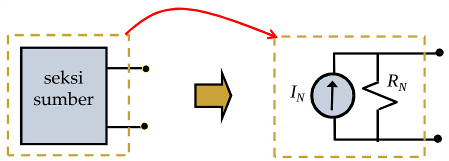
$R_T = R_1$ paralel dengan R_2

Rangkaian ekivalen Norton

Seksi sumber suatu rangkaian dapat digantikan dengan

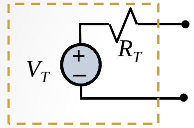
Rangkaian ekivalen Norton

yaitu rangkaian yang terdiri dari satu sumber arus I_N yang terhubung paralel dengan resistor R_N



Rangkaian ekivalen Norton dapat diperoleh dari rangkaian ekivalen Thevenin dan demikian juga sebaliknya. Hal ini sesuai dengan kaidah ekivalensi sumber.

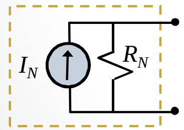
Rangkaian ekivalen Thévenin



$V_T = v_{ht}$
$R_T = v_{ht} / i_{hs}$

$R_T = R$ yang dilihat dari terminal ke arah seksi sumber dengan semua sumber mati

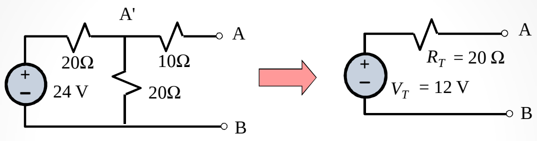
Rangkaian ekivalen Norton



$I_N = I_{hs}$
$R_N = v_{ht} / i_{hs}$

$R_T = R_N$

CONTOH: **Rangkaian Ekivalen Thévenin**



$$V_T = V_{AB} = V_{A'B} = \frac{20}{20+20} \times 24 = 12 \text{ V}$$

$$R_T = 10 + \frac{20 \times 20}{20+20} = 20\ \Omega$$

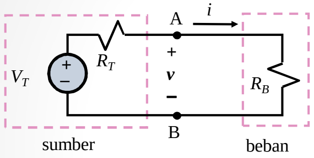
Alih Daya Maksimum

Ada empat macam keadaan hubungan antara seksi sumber dan seksi beban

- ❑ Sumber tetap, beban bervariasi
- ❑ Sumber bervariasi, beban tetap
- ❑ Sumber bervariasi, beban bervariasi
- ❑ Sumber tetap, beban tetap

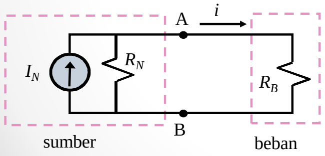
Dalam membahas alih daya maksimum, yaitu daya maksimum yang dapat dialihkan (*ditransfer*) kebeban, kita hanya meninjau keadaan yang pertama

Kita menghitung alih daya maksimum melalui rangkaian ekivalen Thévenin atau Norton



Rangkaian sumber tegangan dengan resistansi Thévenin R_T akan memberikan daya maksimum kepada resistansi beban R_B bila $R_B = R_T$

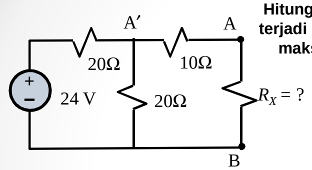
$$p_{maks} = \left[\frac{V_T}{2}\right]\left[\frac{V_T}{2R_T}\right] = \frac{V_T^2}{4R_T}$$



Rangkaian sumber arus dengan resistansi Norton R_N akan memberikan daya maksimum kepada resistansi beban R_B bila $R_B = R_N$

$$p_{maks} = \left[\frac{I_N}{2}\right]^2 R_B = \frac{I_N^2 R_N}{4}$$

CONTOH:



Hitung R_X agar terjadi alih daya maksimum

Lepaskan R_X hitung R_T , V_T

$$R_T = 10 + \frac{20 \times 20}{20+20} = 20\ \Omega$$

$$V_T = \frac{20}{20+20} \times 24 = 12 \text{ V}$$

Hubungkan kembali R_x

Alih daya ke beban akan maksimum jika $R_X = R_T = 20\ \Omega$

dan besar daya maksimum yang bisa dialihkan adalah

$$p_{X\ maks} = \frac{(12)^2}{4 \times 20} = 1{,}8 \text{ W}$$

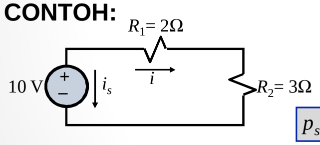
Teorema Tellegen

Dalam suatu rangkaian, jika v_k mengikuti hukum tegangan Kirchhoff (HTK) dan i_k mengikuti hukum arus Kirchhoff (HAK), maka:

$$\sum_{k=1}^{N} v_k \times i_k = 0$$

Teorema ini menyatakan bahwa di setiap rangkaian listrik harus ada perimbangan yang tepat antara daya yang diserap oleh elemen pasif dengan daya yang diberikan oleh elemen aktif. Hal ini sesuai dengan prinsip konservasi energi.

CONTOH:



$$i = \left(\frac{10}{2+3}\right) = 2\ \text{A}$$

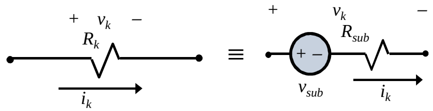
$$i_s = -2\ \text{A}$$

$$p_{sumber} = v_s i_s = -20\ \text{W}$$ (memberi daya)

$$\begin{aligned} p_{beban} &= p_1 + p_2 \\ &= i^2 R_1 + i^2 R_2 \\ &= 8 + 12 = 20\ \text{W} \end{aligned}$$ (menyerap daya)

Teorema Substitusi

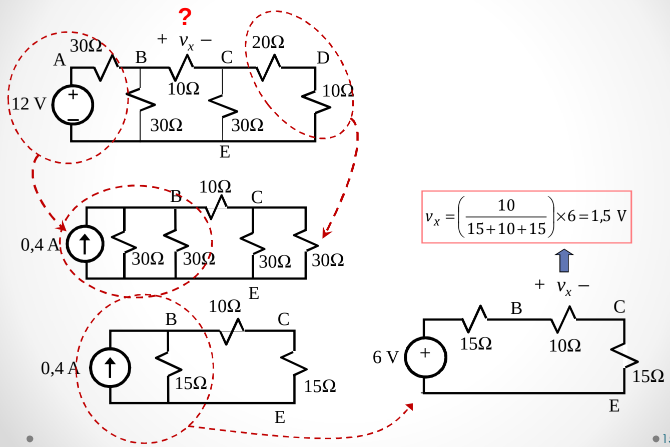
Suatu cabang rangkaian antara dua simpul dapat disubstitusi oleh cabang baru tanpa mengganggu arus dan tegangan di cabang-cabang yang lain asalkan tegangan dan arus antara kedua simpul tersebut tidak berubah



$$v_{sub} = v_k - R_{sub} \times i_k$$

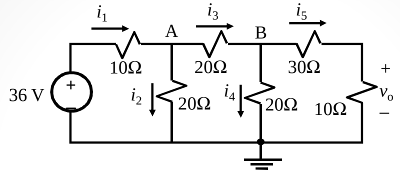
7. Metoda Analisis Dasar

Metoda Reduksi Rangkaian



$$v_x = \left(\frac{10}{15+10+15}\right) \times 6 = 1{,}5\ \text{V}$$

Metoda Unit Output



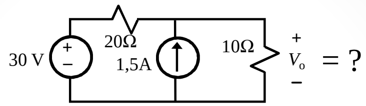
Misalkan $v_o = 1 \text{ V} \longrightarrow i_5 = \frac{v_o}{10} = 0{,}1 \text{ A} \longrightarrow v_B = 0{,}1(30+10) = 4 \text{ V}$

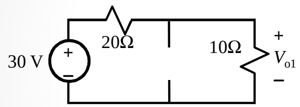
$i_4 = \frac{v_B}{20} = \frac{4}{20} = 0{,}2 \text{ A} \longrightarrow i_3 = i_4 + i_5 = 0{,}3 \text{ A} \longrightarrow v_A = v_B + i_3 \times 20 = 10 \text{ V}$

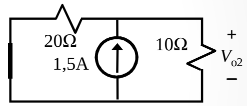
$i_2 = \frac{v_A}{20} = 0{,}5 \text{ A} \longrightarrow i_1 = i_2 + i_3 = 0{,}8 \text{ A} \longrightarrow v_s = v_A + i_1 \times 20 = 10 + 0{,}8 \times 10 = 18 \text{ V}$

$K = \frac{v_o}{v_s} = \frac{1}{v_s} = \frac{1}{18}$ $\quad v_o(seharusnya) = K \times 36 = 2 \text{ V}$

Metoda Superposisi



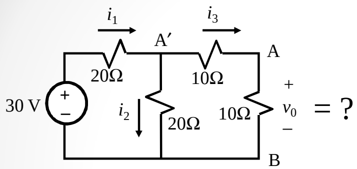




$V_{o1} = \frac{10}{10+20} \times 30 = 10 \text{V}$ $\quad V_{o2} = \left(\frac{20}{20+10} \times 1.5\right) \times 10 = 10 \text{ V}$

$V_o = V_{o1} + V_{o2} = 20 \text{ V}$

Metoda Rangkaian Ekivalen Thévenin

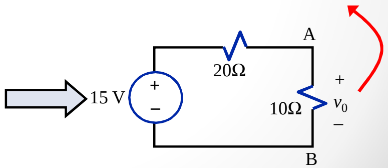


Lepaskan beban di AB, sehingga AB terbuka, $i_3 = 0$

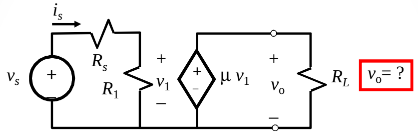
$v_o = \frac{10}{10+20} \times 15 = 5 \text{ V}$

$V_T = v_{AB\ ht} = v_{A'B}$
$= \frac{20}{20+20} \times 30 = 15 \text{ V}$

$R_T = 10 + \frac{20 \times 20}{20+20} = 20\ \Omega$



Aplikasi Metoda Analisis Dasar pada Rangkaian Dengan Sumber Tak-Bebas Tanpa Umpan Balik



$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_s} v_s$

$v_o = \mu\, v_1 = \frac{\mu R_1}{R_1 + R_s} v_s$

8. Metoda Analisis Umum

Metoda Tegangan Simpul
(*Node Voltage Method*)

Dasar

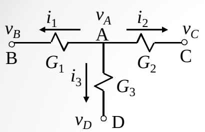
Arus yang mengalir di cabang rangkaian dari suatu simpul M ke simpul X adalah

$$i_{MX} = G\,(v_M - v_X)$$

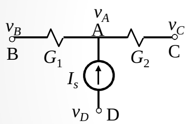
Menurut HAK, jika ada *k* cabang yang terhubung ke simpul M, maka jumlah arus yang keluar dari simpul M adalah

$$\boxed{\sum i_M = 0 = \sum_{i=1}^{k} G_i\,(v_M - v_i) = v_M \sum_{i=1}^{k} G_i - \sum_{i=1}^{k} G_i v_i}$$

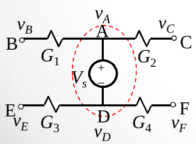
Kasus-Kasus



$$\boxed{v_A(G_1+G_2+G_3)-v_BG_1-v_CG_2-v_DG_3=0}$$

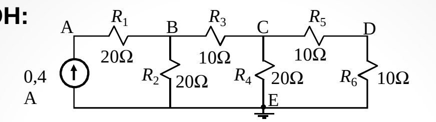


$v_A(G_1+G_2)-I_s-v_BG_1-v_CG_2=0$
(nilai arus langsung dimasukkan ke persamaan)



$v_A - v_D = V_s$ (persamaan simpul super AD)
dan
$v_A(G_1+G_2)+v_D(G_3+G_4)-v_BG_1-v_CG_2-v_EG_3)-v_FG_4=0$

CONTOH:



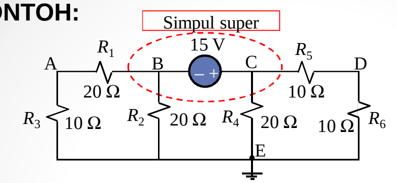
$v_A(G_1) - 0.4 - v_B(G_1) = 0$
$v_B(G_1+G_2+G_3) - v_A(G_1) - v_C(G_3) = 0$
$v_C(G_3+G_4+G_5) - v_B(G_3) - v_D(G_5) = 0$
$v_D(G_5+G_6) - v_C(G_5) = 0$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{20}\right) & \left(-\frac{1}{20}\right) & 0 & 0 \\ \left(-\frac{1}{20}\right) & \left(\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}\right) & \left(-\frac{1}{10}\right) & 0 \\ 0 & \left(-\frac{1}{10}\right) & \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}\right) & \left(-\frac{1}{10}\right) \\ 0 & 0 & \left(-\frac{1}{10}\right) & \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 11 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 16 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\rightarrow v_D = \frac{16}{16} = 1\text{ V} \rightarrow v_C = \frac{16+6\times v_D}{11} = \frac{16+6}{11} = 2\text{ V} \rightarrow v_B = \frac{8+2\times v_C}{3} = \frac{8+4}{3} = 4\text{ V} \rightarrow v_A = 8 + v_B = 12\text{ V}}$$

CONTOH:



Simpul super

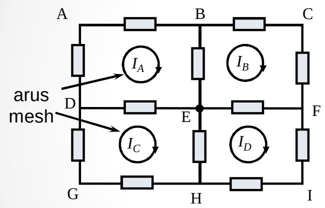
$$\begin{cases} v_A(G_3+G_1)-v_BG_1=0 \\ v_B(G_1+G_2)+v_C(G_4+G_5)-v_AG_1-v_DG_5=0 \\ v_B-v_C=-15 \\ v_D(G_5+G_6)-v_CG_5=0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right) & -\frac{1}{20} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{20} & \left(\frac{1}{20}+\frac{1}{20}\right) & \left(\frac{1}{20}+\frac{1}{10}\right) & -\frac{1}{10} \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -15 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 9 & -6 \\ 0 & 0 & -14 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -75 \\ 75 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -15 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Metoda Arus Mesh
(Mesh Current Method)



- Arus mesh bukanlah pengertian yang berbasis pada sifat fisis rangkaian melainkan suatu peubah yang digunakan dalam analisis rangkaian.
- Metoda ini hanya digunakan untuk rangkaian planar; referensi arus mesh di semua mesh mempunyai arah yang sama (misalnya dipilih searah putaran jarum jam).

Dasar

Tegangan di cabang yang berisi resistor R_y yang menjadi anggota mesh X dan mesh Y adalah

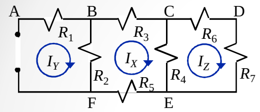
$$v_{xy} = R_y\,(I_x - I_y)$$

Sesuai dengan HTK, suatu mesh X yang terbentuk dari *m* cabang yang masing-masing berisi resistor, sedang sejumlah *n* dari *m* cabang ini menjadi anggota dari mesh lain, berlaku

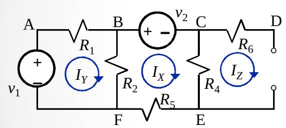
$$0 = I_X\sum_{x=1}^{m-n}R_x + \sum_{y=1}^{n}R_y\left(I_X - I_y\right) = I_X\left(\sum_{x=1}^{m-n}R_x + \sum_{y=1}^{n}R_y\right) - \sum_{y=1}^{n}I_yR_y$$

I_x = arus mesh X; R_x = resistansi cabang mesh X yang tidak menjadi anggota mesh Y; I_y = arus mesh Y; R_y = resistansi cabang mesh Y.

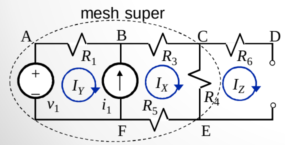
Kasus-Kasus



Mesh BCEFB :
$$I_X(R_2+R_3+R_4+R_5)-I_YR_2-I_ZR_4=0$$
Mesh CDEC :
$$I_Z(R_4+R_6+R_7)-I_XR_4=0$$

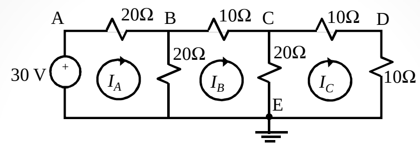


Mesh ABFA :
$$I_Y(R_1+R_2)-I_XR_2-v_1=0$$
Mesh BCEFB :
$$I_X(R_2+R_4+R_5)-I_YR_2-I_ZR_4+v_2=0$$



mesh super ABCEFA :
$$I_YR_1+I_X(R_3+R_4+R_5)-v_1-I_ZR_4=0$$
cabang BF :
$$I_X-I_Y=i_1$$

CONTOH:



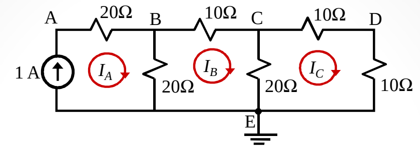
$$\text{Mesh ABEA}: \quad I_A(20+20) - I_B 20 - 30 = 0$$
$$\text{Mesh BCEB}: \quad I_B(20+10+20) - I_A 20 - I_C 20 = 0$$
$$\text{Mesh CDEC}: \quad I_C(20+10+10) - I_B 20 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 40 & -20 & 0 \\ -20 & 50 & -20 \\ 0 & -20 & 40 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{I_C = 0{,}25\ \text{A} \qquad I_B = 0{,}5\ \text{A} \qquad I_A = 1\ \text{A}}$$

165

CONTOH:



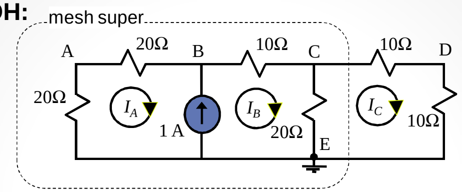
$$\text{Mesh ABEA}: \quad I_A = 1$$
$$\text{Mesh BCEB}: \quad I_B(20+10+20) - I_A(20) - I_C(20) = 0$$
$$\text{Mesh CDEC}: \quad I_C(20+10+10) - I_B(20) = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -20 & 50 & -20 \\ 0 & -20 & 40 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$I_C = 0{,}25\ \text{A} \qquad I_B = 0{,}5\ \text{A} \qquad I_A = 1\ \text{A}$$

166

CONTOH:



mesh super
$$\begin{cases} I_A(20+20) + I_B(10+20) - I_C(20) = 0 \\ I_A - I_B = -1 \end{cases}$$
$$I_C(20+10+10) - I_B(20) = 0$$

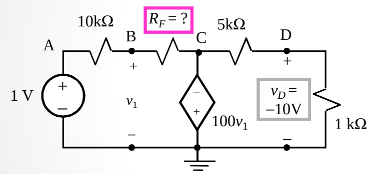
$$\begin{bmatrix} 40 & 30 & -20 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -20 & 40 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 0 & -7 & 2 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$I_C = 1/3\ \text{A} \qquad I_B = 2/3\ \text{A} \qquad I_A = -1/3\ \text{A}$$

167

Aplikasi Metoda Analisis Umum pada Rangkaian Sumber Tak-Bebas Dengan Umpan Balik

Tidak seperti rangkaian tanpa umpan balik yang dapat dianalisis menggunakan metoda dasar, rangkaian jenis ini dianalisis dengan menggunakan metoda tegangan simpul atau arus mesh



$$\text{A}: v_A = 1\text{V}$$
$$\text{B}: \frac{v_B - v_A}{10} + \frac{v_B - v_C}{R_F} = 0$$
$$\text{C}: v_C = -100 v_1$$
$$\text{D}: \frac{v_D - v_C}{5} + \frac{v_D}{1} = 0$$
$$v_C = 6 v_D$$

$$v_1 = -\frac{v_C}{100} = -0{,}06 v_D$$

Agar $v_D = -10$ V, maka $v_1 = 0{,}6$ V

$$\Rightarrow \frac{0{,}6-1}{10} + \frac{0{,}6+100\times 0{,}6}{R_F} = 0 \Rightarrow R_F = 1515\ \text{k}\Omega \approx 1{,}5\ \text{M}\Omega$$

168

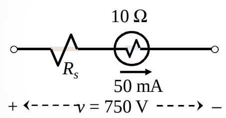
9. Rangkaian Pemroses Energi

(Arus Searah)

Alat Ukur

Alat pengukur tidak bisa dibuat besar karena harus ringan agar dapat bereaksi dengan cepat. Alat ukur yang kecil ini harus ditingkatkan kemampuannya, dengan mempertahankan massanya tetap kecil.

Pengukur Tegangan Searah



$$\rightarrow \frac{750}{R_s + 10} = 50\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow R_s = \frac{750}{50\times10^{-3}} - 10 = 14990\,\Omega$$

Bagian pengukur hanya mampu menahan tegangan

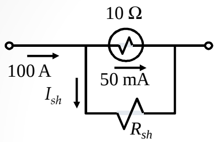
$$50\times10 = 500\text{ mV}$$

Alat ini harus mampu mengukur tegangan 750 V.

Untuk itu dipasang resistor seri R_s agar tegangan total yang diukur 750 V tetapi bagian pengkur tetap hanya dibebani tegangan 500 mV

Kita harus menghitung berapa R_s yang harus dipasang.

Pengukur Arus Searah



$$\rightarrow I_{sh} + 50\times10^{-3} = 100$$

$$\rightarrow I_{sh} R_{sh} = 10\times50\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow R_{sh} = \frac{10\times50\times10^{-3}}{100 - 50\times10^{-3}} = 0{,}005\ \Omega$$

Bagian pengukur hanya mampu dialiri arus

50 mA

Alat ini harus mampu mengukur arus 100 A.

Untuk itu dipasang resistor paralel R_{sh} agar sebagian besar arus total yang diukur mengalir di R_{sh} sedangkan bagian pengkur tetap hanya dialiri arus 50 mA

Kita harus menghitung berapa R_{sh} yang harus dipasang.

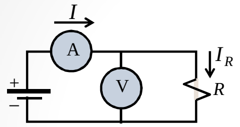
Pengukuran Resistansi

Hubungan antara tegangan dan arus resistor adalah $V_R = Ri_R$ atau $R = \dfrac{V_R}{i_R}$

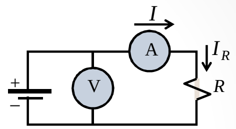
Dengan hubungan ini maka resistansi R dapat dihitung dengan mengukur tegangan dan arus resistor.

Ada dua kemungkinan rangkaian pengukuran yang dapat kita bangun seperti terlihat pada diagram rangkaian berikut.

Rangkaian A



Rangkaian B



$$I_R = I - \frac{V}{R_V}$$

R_V : resistansi voltmeter

$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V}{I - (V/R_V)}$$

$$V_R = V - IR_A$$

R_A : resistansi ampermeter

$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V - IR_A}{I} = \frac{V}{I} - R_I$$

Saluran Daya

Energi disalurkan ke beban melalui saluran. Pada umumnya saluran mengandung resistansi. Oleh karena itu sebagian dari energi yang dikirim oleh sumber akan berubah menjadi panas di saluran.

Daya yang diserap saluran adalah

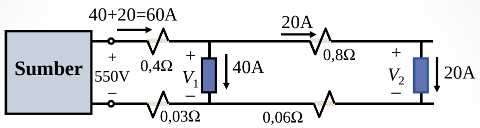
$$I_s^2 R_s$$

I_s adalah arus saluran dan R_s adalah resistansi saluran

I_s dan R_s ini pula yang menyebabkan terjadinya tegangan jatuh di saluran

Berikut ini satu contoh penyaluran daya dari satu sumber ke dua beban

Contoh:



Daya yang diserap saluran adalah

$$p_{saluran} = 60^2(0{,}4+0{,}03) + 20^2(0{,}8+0{,}06) = 1892 \text{ W} = 1{,}89 \text{ kW}$$

Tegangan di beban adalah

$$V_1 = 550 - 60(0{,}4+0{,}03) = 524{,}2 \text{ V}$$

$$V_2 = V_1 - 20(0{,}8+0{,}06) = 507 \text{ V}$$

Diagram Satu Garis

Dalam ketenagalistrikan, rangkaian listrik biasa dinyatakan dengan diagram yang lebih sederhana yaitu diagram satu garis.

Rangkaian dalam contoh sebelumnya dinyatakan dengan diagram satu garis sebagai berikut:

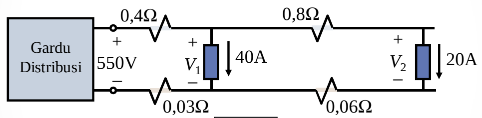
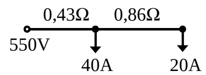
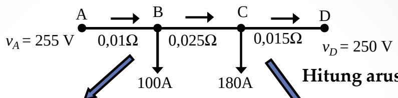


diagram satu garis



CONTOH:



Hitung arus saluran

$$\frac{V_B - V_A}{2 \times 0,01} + 100 + \frac{V_B - V_C}{2 \times 0,025} = 0$$

$$V_B\left(\frac{1}{0,02} + \frac{1}{0,05}\right) + 100 - \frac{255}{0,02} - \frac{V_C}{0,05} = 0$$

$$70\,V_B - 20\,V_C = 12650$$

$$\frac{V_C - V_B}{2 \times 0,025} + 180 + \frac{V_C - V_D}{2 \times 0,015} = 0$$

$$V_C\left(\frac{1}{0,05} + \frac{1}{0,03}\right) + 180 - \frac{250}{0,03} - \frac{V_B}{0,05} = 0$$

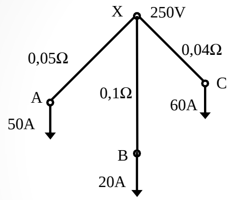
$$53,3V_C - 20\,V_B = 8153,3$$

$$\Rightarrow V_B = 251,3 \text{ V}$$
$$\Rightarrow V_C = 247,1 \text{ V}$$

$$I_{AB} = \frac{V_A - V_B}{R_{AB}} = \frac{255 - 251,3}{0,02} = 185 \text{ A}; \quad I_{BC} = I_{AB} - 100 = 85 \text{ A}; \quad I_{DC} = 180 - I_{BC} = 95 \text{ A}$$

177

Contoh:



Hitung daya yang diserap saluran

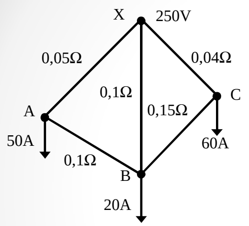
$$V_A = V_X - 0,05 \times 50 = 247,5 \text{ V}$$
$$V_B = 250 - 0,1 \times 20 = 248 \text{ V}$$
$$V_C = 250 - 0,04 \times 60 = 247,6 \text{ V}$$

Daya yang diserap saluran

$$p_{XA} = (50)^2 \times 0,05 = 125 \text{ W}$$
$$p_{XB} = (20)^2 \times 0,1 = 40 \text{ W}$$
$$p_{XC} = (60)^2 \times 0,04 = 144 \text{ W}$$

178

Contoh:



$V_X = 250$ V; hitung V_A, V_B, V_C

$$V_A\left(\frac{1}{0,05} + \frac{1}{0,1}\right) + 50 - \frac{V_B}{0,1} - \frac{V_X}{0,05} = 0$$
$$V_B\left(\frac{1}{0,1} + \frac{1}{0,1} + \frac{1}{0,15}\right) + 20 - \frac{V_A}{0,1} - \frac{V_C}{0,15} - \frac{V_X}{0,1} = 0$$
$$V_C\left(\frac{1}{0,04} + \frac{1}{0,15}\right) + 60 - \frac{V_B}{0,15} - \frac{V_X}{0,04} = 0$$

$$30\,V_A + 50 - 10\,V_B - 5000 = 0$$
$$\frac{80}{3}V_B + 20 - 10\,V_A - \frac{20}{3}V_C - 2500 = 0$$
$$\frac{95}{3}V_C + 60 - \frac{20}{3}V_B - 6250 = 0$$

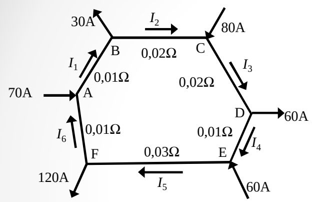
$$\begin{vmatrix} 30 & -10 & 0 \\ -30 & 80 & -20 \\ 0 & -20 & 95 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4950 \\ 7440 \\ 18570 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & 125 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 495 \\ 1239 \\ 30954 \end{vmatrix}$$

$$V_C = 247,63 \text{ V}; \; V_B = \frac{1239 + 2 \times 247,64}{7} = 247,75 \text{ V}; \; V_A = \frac{495 + 247,75}{3} = 247,58 \text{ V}$$

179

Contoh:



Hitung arus di saluran

$$\begin{vmatrix} 0,01 & 0,02 & 0,02 & 0,01 & 0,03 & 0,01 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -70 \\ 30 \\ -80 \\ 60 \\ -60 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -70 \\ -150 \\ -390 \\ -450 \\ -81 \end{vmatrix}$$

$$I_6 = -81 \text{ A}; \; I_5 = 39 \text{ A}; \; I_4 = -21 \text{ A}; \; I_3 = 39 \text{ A}; \; I_2 = -41 \text{ A}; \; I_1 = -11 \text{ A}$$

180

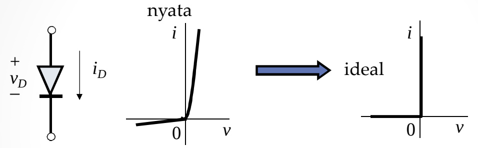
10. Rangkaian Pemroses Sinyal

Rangkaian Dengan Dioda

Rangkaian Dengan OP AMP

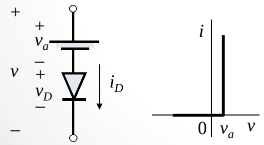
Rangkaian Dengan Dioda

Dioda Ideal



Dioda konduksi : $i_D > 0$, $v_D = 0$

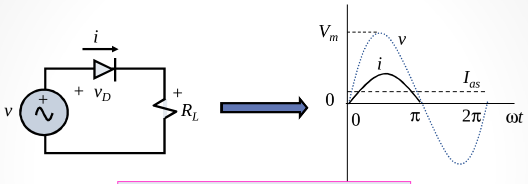
Dioda tak konduksi : $i_D = 0$, $v_D < 0$



Dioda konduksi : $i_D > 0$, $v > v_a$

Dioda tak konduksi : $i_D = 0$, $v < v_a$

Penyearah Setengah Gelombang



$$I_{as} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i\,d(\omega t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{V_m \sin\omega t}{R_L}\, d(\omega t) + 0$$

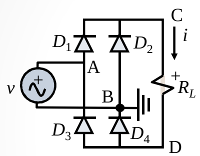
$$= \frac{1}{2\pi}\frac{V_m}{R_L}\left[\cos\omega t\right]_0^{\pi} = \frac{V_m}{\pi R_L} = \frac{I_m}{\pi}$$

Jika $v = 220\sin\omega t$ sedangkan $R = 5\text{k}\Omega$,

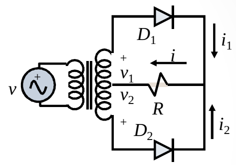
maka $I_{as} = 220/5000\pi = 0{,}014$ A

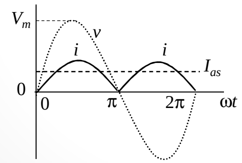
Penyearah Gelombang Penuh

Rangkaian Jembatan



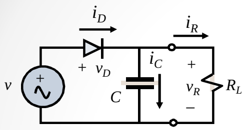
Rangkaian Dengan Transformator ber-titik-tengah





$$I_{as} = \frac{2}{\pi}\frac{V_m}{R_L} = \frac{2I_m}{\pi}$$

Filter Kapasitor



Waktu dioda konduksi, kapasitor terisi sampai $v_C = v_{maks}$.

Waktu tegangan menurun, dioda tidak konduksi. Terjadi loop tertutup RC seri.

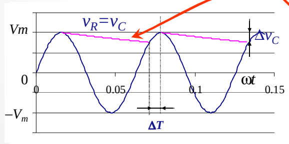
$v_C = v_R$

$$v_R = Ri_R = R(-i_C) = -RC\frac{dv_C}{dt}$$

$$\rightarrow v_C + RC\frac{dv_C}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_C}{v_C} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\Rightarrow v_C = v_{C0}e^{-(1/RC)t}$$

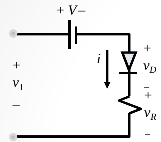


C yang diperlukan

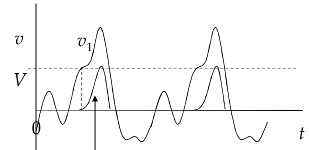
$$\Delta q_C = C\,\Delta v_C = I_{as}(T - \Delta T) \approx I_{as}T$$

$$\Rightarrow \; C = \frac{I_{as}T}{\Delta v_C} = \frac{I_{as}}{f\Delta v_C} = \frac{V_{as}}{Rf\Delta v_C}$$

Pemotong Gelombang

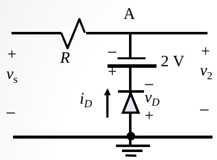


Dioda	i	v_R
konduksi	$i = \frac{v_1 - V}{R} > 0$	$v_R = iR = v_1 - V$
tak konduksi	**0**	**0**

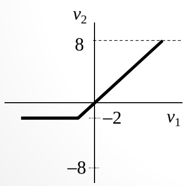


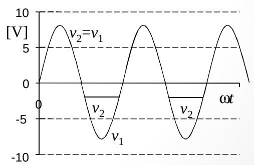
$v_R = v_1 - V$, dengan bagian negatif ditiadakan oleh dioda

CONTOH:

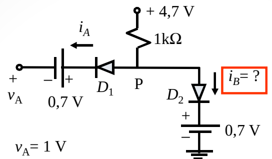


Dioda	v_s	v_2
konduksi	$v_A = -2$ V $v_s < -2$ V	$v_2 = -2$ V
tak konduksi	$v_s = v_A$	$v_2 = v_s$





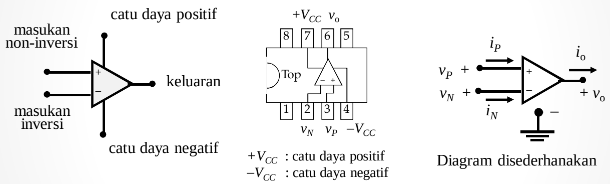
CONTOH:



D_1	D_2	v_P		i_B
konduksi	**tak konduksi**	$v_P = 1{,}7$ $v_P < 0{,}7$	**tak mungkin**	
tak konduksi	**konduksi**	$v_P < 1{,}7$ $v_P = 0{,}7$	**mungkin**	$i_B = \frac{4{,}7 - 0{,}7}{1}$ mA
konduksi	**konduksi**	$v_P = 1{,}7$ $v_P = 0{,}7$	**tak mungkin**	
tak konduksi	**tak konduksi**			

Rangkaian Dengan Op Amp

Penguat Operasional (OP AMP)

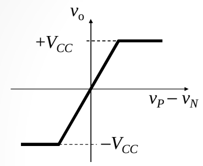


v_P = tegangan masukan non-inversi;
v_N = tegangan masukan inversi;
v_o = tegangan keluaran;

i_P = arus masukan non-inversi;
i_N = arus masukan inversi;
i_o = arus keluaran;

189

Karakteristik Alih OpAmp



$$\boxed{v_o = \mu(v_P - v_N)}$$

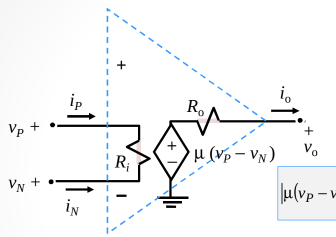
μ disebut *gain loop terbuka* (*open loop gain*)

Parameter	Rentang nilai	Nilai ideal
μ	$10^5 \div 10^8$	∞
R_i	$10^6 \div 10^{13}\ \Omega$	$\infty\ \Omega$
R_o	$10 \div 100\ \Omega$	$0\ \Omega$
$\pm V_{CC}$	$\pm 12 \div \pm 24$ V	

Nilai μ sangat besar, biasanya lebih dari 105. Selama nilai netto $(v_P - v_N)$ cukup kecil, v_o akan proporsional terhadap masukan. Akan tetapi jika $\mu\,(v_P - v_N) > V_{CC}$ OP AMP akan jenuh; tegangan keluaran tidak akan melebihi tegangan catu $\pm V_{CC}$

190

Model Ideal OP AMP



$$\boxed{|v_o| \le |V_{CC}|}$$

atau

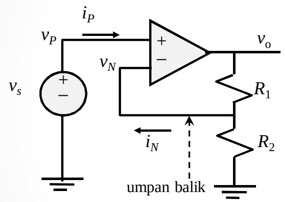
$$\boxed{|\mu(v_P - v_N)| \le |V_{CC}| \Rightarrow |(v_P - v_N)| \le \left|\frac{V_{CC}}{\mu}\right|}$$

Karena μ sangat besar, dapat dianggap $\mu = \infty$, sedangkan V_{CC} tidak lebih dari 24 Volt, maka $(V_{CC}/\mu) = 0$ sehingga $v_P = v_N$.
R_i dapat dianggap ∞ sehingga arus masuk di kedua terminal masukan dapat dianggap nol, $i_P = i_N = 0$. Jadi untuk OP AMP ideal :

$$\boxed{\begin{aligned} v_P &= v_N \\ i_P &= i_N = 0 \end{aligned}}$$

191

Penguat Non-Inversi



$$\boxed{v_N = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_o}$$

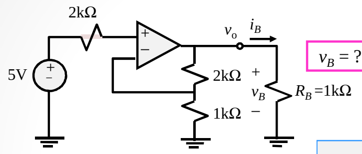
$$\boxed{v_P = v_N = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_o = v_s}$$

$$\boxed{v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_2} v_s}$$

$$\boxed{K = \frac{R_1 + R_2}{R_2}}$$

192

CONTOH:



$v_B = ?\quad i_B = ?\quad p_B = ?$

$v_P = v_N$

$i_P = 0 = \dfrac{5 - v_P}{2000} \rightarrow v_P = 5\ \text{V} = v_N$

$v_N = \dfrac{1}{3} v_o$

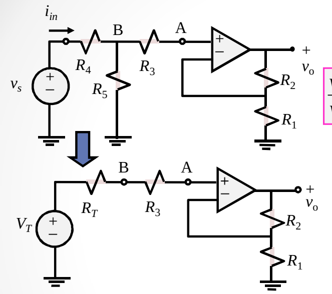
$v_o = 3 v_N = 15\ \text{V}$

$v_B = v_o = 15\ \text{V}\ ;\ i_B = \dfrac{v_B}{R_B} = 15\ \text{mA}\ ;\ p_B = v_B i_B = 225\ \text{mW}.$

Resistansi masukan : $R_{in} = \dfrac{v_{in}}{i_{in}} = \dfrac{5}{i_{in}} = \infty$ karena $i_{in} = i_P = 0$

193

CONTOH:



$\dfrac{v_o}{v_s} = ?$

$V_T = \dfrac{R_5}{R_4 + R_5} v_s\ ;\ R_T = \dfrac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$

$v_P = V_T = \dfrac{R_5}{R_4 + R_5} v_s$

$v_N = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} v_o$

$\rightarrow \dfrac{R_5}{R_4 + R_5} v_s = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} v_o$

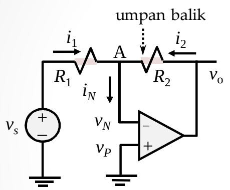
$\rightarrow \dfrac{v_o}{v_s} = \dfrac{R_5}{R_4 + R_5} \times \dfrac{R_1 + R_2}{R_1}$

Resistansi masukan

$R_{in} = \dfrac{v_s}{i_{in}} = R_4 + R_5$

194

Rangkaian Penguat Inversi

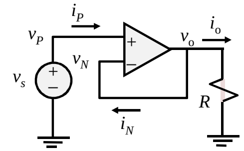


$v_N \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} \right) + i_N - \dfrac{v_s}{R_1} - \dfrac{v_o}{R_2} = 0$

$\dfrac{v_s}{R_1} + \dfrac{v_o}{R_2} = 0$ sehingga $v_o = -\left(\dfrac{R_2}{R_1} \right) v_s$

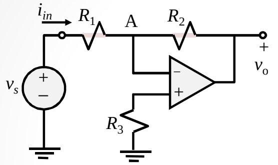
195

Rangkaian Penyangga (buffer)



196

CONTOH:



$$v_N\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+i_N-\frac{v_s}{R_1}-\frac{v_o}{R_2}=0$$

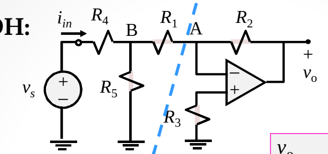
$$\frac{-v_s}{R_1}+\frac{-v_o}{R_2}=0 \rightarrow \frac{v_o}{v_s}=\frac{-R_2}{R_1}$$

$$R_{in}=\frac{v_{in}}{i_{in}}=\frac{v_s}{v_s/R_1}=R_1$$

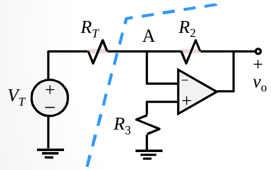
$$R_{in}=\frac{v_{in}}{i_{in}}=\frac{v_s}{(v_s-v_o)/(R_1+R_2)}$$

$$R_{in}=\frac{v_s}{v_s(1-v_o/v_s)/(R_1+R_2)}=\frac{1}{(1+R_2/R_1)/(R_1+R_2)}=\frac{R_1}{(R_1+R_2)/(R_1+R_2)}$$

CONTOH:



$$\frac{v_o}{V_T}=-\frac{R_2}{R_T}=-\frac{R_2}{R_1+(R_4\parallel R_5)}$$

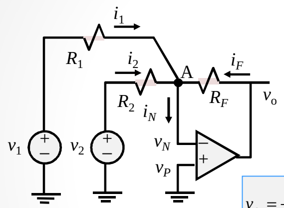


$$\frac{v_o}{v_s}=\frac{v_o}{V_T}\times\frac{V_T}{v_s}=-\frac{R_2}{R_1+R_4\parallel R_5}\times\frac{R_5}{R_4+R_5}=-\frac{R_2R_5}{(R_1R_5+R_1R_4+R_4R_5)}$$

$$V_T=\frac{R_5}{R_4+R_5}v_s\ ;\ R_T=R_1+(R_4\parallel R_5)$$

$$R_{in}=\frac{v_s}{i_{in}}=R_4+R_1\parallel R_5=\frac{R_4(R_1+R_5)+R_1R_5}{R_1+R_5}$$

Penjumlah



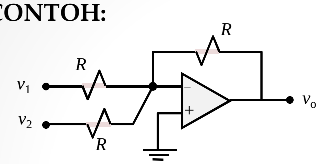
$$v_N\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_F}\right)+i_N-\frac{v_1}{R_1}-\frac{v_2}{R_2}-\frac{v_o}{R_F}=0$$

$$\frac{v_1}{R_1}+\frac{v_2}{R_2}+\frac{v_o}{R_F}=0$$

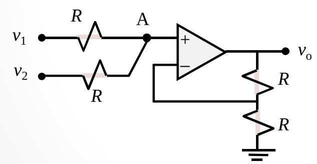
$$v_o=-R_F\left(\frac{v_1}{R_1}+\frac{v_2}{R_2}\right)=-\frac{R_F}{R_1}v_1-\frac{R_F}{R_2}v_2=K_1v_1+K_2v_2$$

$v_o=\sum_n K_n v_n$ dengan $K_n=-\frac{R_F}{R_n}$

CONTOH:



$$v_o=-\frac{R}{R}v_1-\frac{R}{R}v_2=-(v_1+v_2)$$



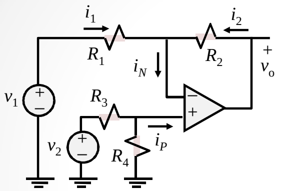
$$v_P\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)+i_P-\frac{v_1}{R}-\frac{v_2}{R}=0$$

$$\rightarrow v_P=\frac{v_1+v_2}{2}$$

$$v_N=\frac{v_o}{2}$$

$$\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{v_o}{2}\rightarrow v_o=v_1+v_2$$

Pengurang (Penguat Diferensial)



Jika v_2 dimatikan: $v_{o1} = -\dfrac{R_2}{R_1} v_1$

Jika v_1 dimatikan: $v_N = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2}$ $\quad v_P = \dfrac{R_4}{R_3 + R_4} v_2$

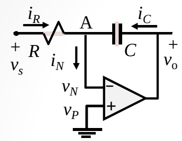
$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 \quad \text{atau} \quad v_{o2} = \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right)\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) v_2$$

$$v_o = v_{o1} + v_{o2} = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right) v_1 + \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right)\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) v_2 = -K_1 v_1 + K_2 v_2$$

Jika kita buat $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ maka $v_o = v_2 - v_1$

201

Integrator

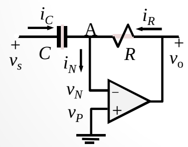


$$v_N\left(\frac{1}{R}\right) - C\frac{d}{dt}(v_o - v_N) - \frac{v_s}{R} = 0$$

$$\frac{v_s}{R} = -C\frac{d}{dt}(v_o) \quad \text{atau} \quad \int_{v_o(0)}^{v_o(t)} d(v_o) = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_s\,dt$$

$$v_o = v_o(0) - \frac{1}{RC}\int_0^t v_s\,dt \quad \Rightarrow \quad v_o = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_s\,dt$$

Diferensiator



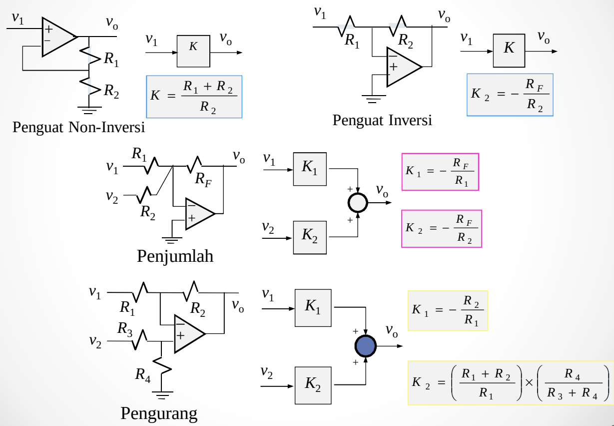
$$\frac{v_N}{R} - C\frac{d}{dt}(v_s - v_N) - \frac{v_o}{R} = 0$$

$$\frac{v_o}{R} = -C\frac{d}{dt}(v_s) \quad \text{atau} \quad \int_{v_s(0)}^{v_s(t)} d(v_s) = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_o\,dt$$

$$v_s = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_o\,dt \quad \text{atau} \quad v_o = -RC\frac{dv_s}{dt}$$

202

Diagram Blok



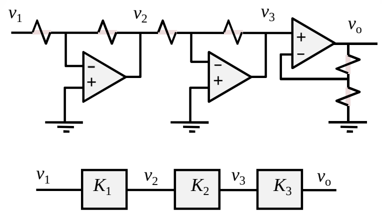
$K = \dfrac{R_1 + R_2}{R_2}$ $\quad K_2 = -\dfrac{R_F}{R_2}$

$K_1 = -\dfrac{R_F}{R_1}$ $\quad K_2 = -\dfrac{R_F}{R_2}$

$K_1 = -\dfrac{R_2}{R_1}$ $\quad K_2 = \left(\dfrac{R_1 + R_2}{R_1}\right) \times \left(\dfrac{R_4}{R_3 + R_4}\right)$

203

Hubungan Bertingkat



$$v_o = K_3 v_3 = K_3 K_2 v_2 = K_3 K_2 K_1 v_1$$

204

11. Analisis Transien

Pengantar

Peristiwa transien dalam rangkaian listrik, yang walaupun berlangsung hanya beberapa saat namun jika tidak ditangani secara benar dapat menyebabkan terjadinya hal-hal yang sangat merugikan pada rangkaian

Dalam pelajaran ini analisis transien dilakukan di kawasan waktu meliputi

Analisis Transien Rangkaian Orde-1
Analisis Transien Rangkaian Orde-2

Yang dimaksud dengan analisis transien adalah analisis rangkaian yang sedang dalam keadaan peralihan atau keadaan transien.

Peristiwa transien biasanya berlangsung hanya beberapa saat namun jika tidak ditangani secara baik dapat menyebabkan terjadinya hal-hal yang sangat merugikan pada rangkaian

Peristiwa transien timbul karena pada saat terjadi perubahan keadaan rangkaian, misalnya penutupan atau pembukaan saklar, rangkaian yang mengandung elemen dinamik cenderung memperatahankan status yang dimilikinya sebelum perubahan terjadi

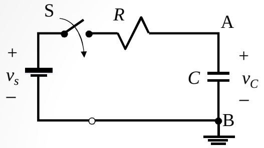
Dalam pembahasan model piranti pasif kita pelajari bahwa *tegangan kapasitor* adalah peubah status kapasitor; dan *arus induktor* adalah peubah status induktor.

Pada saat-saat terjadi perubahan rangkaian, kapasitor cenderung mempertahankan *tegangan* yang dimilikinya sesaat sebelum terjadi perubahan

Pada saat-saat terjadi perubahan rangkaian, induktor cenderung mempertahankan *arus* yang dimilikinya sesaat sebelum terjadi perubahan

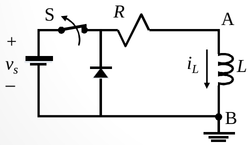
Peubah status tidak dapat berubah secara mendadak

Kita ambil contoh rangkaian seri *R* dan *C*



Apabila sesaat sebelum saklar S ditutup kapasitor tidak bertegangan, maka setelah saklar ditutup tegangan kapasitor akan meningkat mulai dari nol. Tegangan kapasitor tidak dapat berubah secara mendadak.

Kita ambil contoh lain, rangkaian seri *R* dan *L*



Sesaat sebelum saklar dibuka, arus pada induktor adalah $i_L = v_s/R$. Pada waktu saklar dibuka, arus induktor akan turun menuju nol dalam waktu tertentu karena arus induktor tidak dapat berubah secara mendadak. Sebelum mencapai nol arus induktor mengalir melalui dioda.

209

Karena hubungan antara arus dan tegangan pada induktor maupun kapasitor merupakan hubungan linier diferensial, maka persamaan rangkaian yang mengandung elemen-elemen ini juga merupakan persamaan diferensial

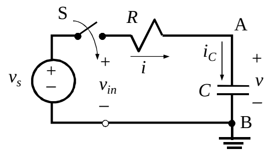
Persamaan diferensial ini dapat berupa persamaan diferensial orde pertama dan rangkaian yang demikian ini disebut rangkaian atau **sistem orde-1**

Jika persamaan rangkaian berbentuk persamaan diferensial orde kedua maka rangkaian ini disebut rangkaian atau **sistem orde-2**

210

Rangkaian Orde-1 biasanya mengandung hanya satu elemen dinamik, induktor atau kapasitor

Rangkaian RC Seri



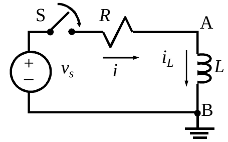
HTK setelah saklar tertutup: $-v_s + iR + v = -v_s + RC\frac{dv}{dt} + v = 0$

$RC\frac{dv}{dt} + v = v_s$

Inilah persamaan rangkaian yang merupakan persamaan diferensial orde pertama dengan **tegangan** sebagai peubah rangkaian

211

Rangkaian RL Seri



HTK setelah saklar tertutup: $v_s - Ri - v_L = v_s - Ri - L\frac{di}{dt} = 0$

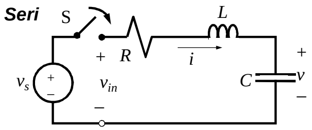
$L\frac{di}{dt} + Ri = v_s$

Inilah persamaan rangkaian yang merupakan persamaan diferensial orde pertama dengan **arus** sebagai peubah rangkaian

212

Rangkaian Orde-2 biasanya mengandung dua elemen dinamik, induktor dan kapasitor

Rangkaian RLC Seri

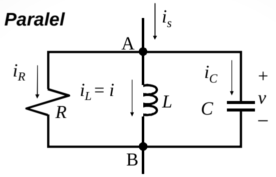


$$Ri + L\frac{di}{dt} + v = v_{in}$$

Karena $i = i_C = C\,dv/dt$, maka: $LC\frac{d^2v}{dt^2} + RC\frac{dv}{dt} + v = v_{in}$

Inilah persamaan rangkaian yang merupakan persamaan diferensial orde ke-dua dengan **tegangan** sebagai peubah rangkaian

Rangkaian RLC Paralel



$$i_R + i_L + i_C = i_s$$

$v = v_L = L\,di/dt$, sehingga $i_R = v/R$ dan $i_C = C\,dv/dt$

$$\frac{v}{R} + i + C\frac{dv}{dt} = i_s \quad \text{atau}$$

$$LC\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i = i_s$$

Inilah persamaan rangkaian yang merupakan persamaan diferensial orde ke-dua dengan **arus** sebagai peubah rangkaian

Rangkaian Orde-1

Bentuk Umum Persamaan Rangkaian Orde-1

$$\boxed{a\frac{dy}{dt} + by = x(t)}$$

y adalah fungsi keluaran

Fungsi $x(t)$ adalah masukan pada rangkaian yang dapat berupa tegangan ataupun arus dan disebut *fungsi pemaksa* atau *fungsi penggerak*.

tetapan a dan b ditentukan oleh nilai-nilai elemen yang membentuk rangkaian

Persamaan diferensial seperti di atas mempunyai solusi yang disebut

solusi total

yang merupakan jumlah dari

solusi homogen dan *solusi khusus*

Solusi homogen adalah fungsi yang dapat memenuhi persamaan homogen di mana $x(t)$ bernilai nol:

$$a\frac{dy}{dt}+by=0$$

Misalkan solusi persamaan ini y_0

Solusi khusus adalah fungsi yang dapat memenuhi persamaan aslinya di mana $x(t)$ tidak bernilai nol

$$a\frac{dy}{dt}+by=x(t)$$

Misalkan solusi persamaan ini y_p

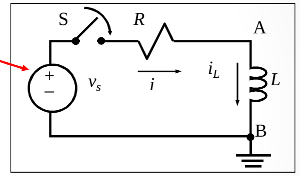
Solusi total adalah jumlah dari kedua solusi.

Jadi $y_{total} = (y_0+y_p)$

Tanggapan Alami, Tanggapan Paksa, Tanggapan Lengkap

Dalam rangkaian listrik, fungsi pemaksa $x(t)$ adalah besaran yang masuk ke rangkaian dan memaksa rangkaian untuk menanggapinya; besaran ini biasanya datang dari sumber.

Dalam rangkaian ini $x(t) = v_s$



Dalam rangkaian listrik solusi homogen adalah tanggapan rangkaian apabila $x(t) = v_s = 0$ dan tanggapan ini disebut ***tanggapan alami***

Dalam rangkaian listrik solusi khusus adalah tanggapan rangkaian apabila $x(t) = v_s \neq 0$ dan tanggapan ini disebut ***tanggapan paksa***

Dalam rangkaian listrik solusi total disebut ***tanggapan lengkap*** yang merupakan jumlah dari tanggapan alami dan tanggapan paksa

Tanggapan Alami

Tanggapan alami adalah solusi khusus dari persamaan homogen : $a\frac{dy}{dt}+by=0$ atau $\frac{a}{b}\frac{dy}{dt}+y=0$

Dalam kuliah ini kita akan mencari solusi persamaan homogen ini dengan *cara pendugaan*

Persamaan homogen ini memperlihatkan bahwa y ditambah dengan suatu tetapan kali *turunan* y, sama dengan nol untuk semua nilai t

Hal ini hanya mungkin terjadi jika y dan *turunannya* berbentuk sama; fungsi yang turunannya mempunyai bentuk sama dengan fungsi itu sendiri adalah fungsi eksponensial.

Jadi kita dapat menduga bahwa solusi dari persamaan homogen ini mempunyai bentuk eksponensial

$$\boldsymbol{y = K_1e^{st}}$$

Jika solusi dugaan ini kita masukkan ke persamaannya, kita peroleh

$aK_1se^{st}+bK_1e^{st}=0$ atau $yK_1(as+b)=0$

Salah satu solusi adalah $y = 0$, namun ini bukanlah solusi yang kita cari

sedangkan K_1 adalah tetapan yang $\neq 0$

Inilah yang harus bernilai 0

$$as+b=0$$

Ini disebut **persamaan karakteristik.** Persamaan ini akan menentukan bentuk tanggapan rangkaian.

Akar persamaan ini adalah $s = -(b/a)$

Jadi tanggapan alami yang kita cari adalah

$$y_a = K_1e^{st} = K_1e^{-(b/a)t}$$

Tetapan ini masih harus kita cari. Nilai tetapan ini diperoleh dari **tanggapan lengkap** pada waktu $t = 0$

Untuk mencari tanggapan lengkap kita mencari lebih dulu **tanggapan paksa,** y_p

Tanggapan Paksa

Tanggapan paksa adalah solusi dari persamaan: $a\dfrac{dy}{dt}+by=x(t)$

Jika solusi persamaan ini kita sebut $y_p(t)$, maka bentuk $y_p(t)$ haruslah sedemikian rupa sehingga jika $y_p(t)$ dimasukkan ke persamaan ini maka ruas kiri dan ruas kanan persamaan akan berisi bentuk fungsi yang sama.

Hal ini berarti $x(t)$, $y_p(t)$, dan $dy_p(t)/dt$ harus berbentuk sama

Kita lihat beberapa kemungkinan bentuk fungsi pemaksa, $x(t)$:

1. $x(t) = 0$. Jika fungsi pemaksa bernilai nol maka hanya akan ada tanggapan alami; tanggapan paksa = 0.
2. $x(t) = K$. Jika fungsi pemaksa bernilai tetap maka tanggapan paksa y_p juga harus merupakan tetapan karena hanya dengan cara itu dy_p/dt akan bernilai nol sehingga ruas kanan dan kiri dapat berisi bentuk fungsi yang sama.
3. $x(t) = Ae^{\alpha t}$. Jika fungsi pemaksa berupa fungsi eksponensial, maka tanggapan paksa y_p harus juga eksponensial karena dengan cara itu turunan y_p juga akan berbentuk eksponensial, dan fungsi di ruas kiri dan kanan persamaan rangkaian akan berbentuk sama.

221

4. $x(t) = A\sin\omega t$. Jika fungsi pemaksa berupa fungsi sinus, maka tanggapan paksa akan berupa penjumlahan fungsi fungsi sinus dan cosinus karena fungsi sinus merupakan penjumlahan dari dua fungsi eksponensial kompleks.

$$\sin x = \frac{e^{jx}-e^{-jx}}{2}$$

Melihat identitas ini, maka kita bisa kembali ke kasus 3; perbedaannya adalah kita menghadapi eksponensial kompleks sedangkan di kasus 3 kita menghadapi fungsi eksponensial nyata. Dalam hal ini maka Solusi yang kita cari akan berbentuk ***jumlah fungsi sinus dan cosinus***.

5. $x(t) = A\cos\omega t$. Kasus ini hampir sama dengan kasus 4, hanya berbeda pada identitas fungsi cosinus

$$\cos x = \frac{e^{jx}+e^{-jx}}{2}$$

222

Ringkasan bentuk tanggapan paksa

Jika $x(t)=0$, maka $y_p=0$

Jika $x(t)=A=\text{konstan}$, maka $y_p=\text{konstan}=K$

Jika $x(t)=Ae^{\alpha t}=\text{eksponensial}$, maka $y_p=\text{eksponensial}=Ke^{\alpha t}$

Jika $x(t)=A\sin\omega t$, maka $y_p=K_c\cos\omega t+K_s\sin\omega t$

Jika $x(t)=A\cos\omega t$, maka $y_p=K_c\cos\omega t+K_s\sin\omega t$

Perhatikan : $y=K_c\cos\omega t+K_s\sin\omega t$ adalah bentuk umum fungsi sinus maupun cosinus.

223

Tanggapan Lengkap

Dugaan tanggapan lengkap adalah $y = y_p + y_a = y_p + K_1 e^{st}$

Ini masih dugaan karena tanggapan alami juga masih dugaan

tanggapan paksa — Dugaan tanggapan alami

K_1 masih harus ditentukan melalui penerapan kondisi awal yaitu kondisi pada $t = 0$

Kondisi Awal

Kondisi awal adalah situasi sesaat setelah penutupan rangkaian (jika saklar ditutup) atau sesaat setelah pembukaan rangkaian (jika saklar dibuka);

Sesaat **sebelum** penutupan/pembukaan saklar dinyatakan sebagai $t = 0^-$

Sesaat **sesudah** penutupan/pembukaan saklar dinyatakan sebagai $t = 0^+$.

Pada **induktor, arus** pada $t = 0^+$ sama dengan arus pada $t = 0^-$

Pada **kapasitor, tegangan** pada $t = 0^+$ sama dengan tegangan pada $t = 0^-$

224

Jika kondisi awal kita masukkan pada dugaan solusi lengkap akan kita peroleh nilai K_1

$$y(0^+) = y_p(0^+) + K_1 \rightarrow K_1 = y(0^+) - y_p(0^+) = A_0$$

Dengan demikian tanggapan lengkap adalah

$$y = y_p + A_0\, e^{s\,t}$$

Ini merupakan komponen mantap dari tanggapan lengkap; ia memberikan nilai tertentu pada tanggapan lengkap pada $t = \infty$

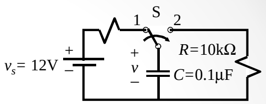
Ini merupakan komponen transien dari tanggapan lengkap; ia bernilai 0 pada $t = \infty$

Prosedur Mencari Tanggapan Lengkap Rangkaian

1. Carilah nilai peubah status pada $t = 0^-$; ini merupakan kondisi awal.
2. Carilah persamaan rangkaian untuk $t > 0$.
3. Carilah persamaan karakteristik.
4. Carilah dugaan tanggapan alami.
5. Carilah dugaan tanggapan paksa.
6. Carilah dugaan tanggapan lengkap.
7. Terapkan kondisi awal pada dugaan tanggapan lengkap yang akan memberikan niali-nilai tetapan yang harus dicari.
8. Dengan diperolehnya nilai tetapan, didapatlah tanggapan rangkaian yang dicari

Contoh: $x(t) = 0$

Saklar S telah lama pada posisi 1. Pada $t = 0$ S dipindah ke posisi 2. Carilah tanggapan rangkaian.



1. Pada $t = 0^-$ kapasitor telah terisi penuh dan $v(0^+) = 12$ V
2. Persamaan rangkaian untuk $t > 0$: $-v + i_R R = 0$

Karena $i_R = -i_C = -C\dfrac{dv}{dt}$

maka $-v - RC\dfrac{dv}{dt} = 0 \;\Rightarrow\; \dfrac{dv}{dt} + \dfrac{1}{RC}v = 0$

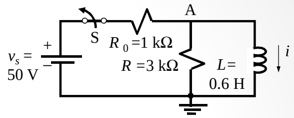
$\Rightarrow\; \dfrac{dv}{dt} + 1000v = 0$

3. Persamaan karakteristik: $s + 1000 = 0 \rightarrow s = -1000$

Persamaan karakteristik: $s + 1000 = 0 \rightarrow s = -1000$

4. Dugaan tanggapan alami: $v_a = A_0 e^{-1000t}$
5. Dugaan tanggpan paksa: $v_p = 0$ (tidak ada fungsi pemaksa)
6. Dugaan tanggapan lengkap : $v = v_p + A_0 e^{st} = 0 + A_0 e^{-1000t}$
7. Kondisi awal : $v(0^+) = v(0^-) = 12$ V.
   Penerapan kondisi awal pada dugaan tanggapan lengkap memberikan: $12 = 0 + A_0 \rightarrow A_0 = 12$
8. Tanggapan lengkap menjadi : $v = 12\, e^{-1000\,t}$ V

Contoh: $x(t) = 0$



Saklar S telah lama tertutup.
Pada t = 0 saklar S dibuka.
Carilah tanggapan rangkaian

Sebelum saklar dibuka:

$$i(0^-) = \frac{50}{1000} = 50 \text{ mA}$$

Persamaan rangkaian pada t > 0:

Simpul A: $\frac{v_A}{3000} + i = 0$

Karena $v_A = v_L = L\, di/dt$, $\Rightarrow$ $\frac{1}{3000}\left(L\frac{di}{dt}\right) + i = 0$

$$\frac{1}{3000}\left(0{,}6\frac{di}{dt}\right) + i = 0$$

$$0{,}6\frac{di}{dt} + 3000\, i = 0$$

Persamaan karakteristik: $0{,}6\, s + 3000 = 0$

Persamaan karakteristik: $0{,}6\, s + 3000 = 0$

Dugaan tanggapan alami: $i_a = A_0 e^{-5000\, t}$

Dugaan tanggapan paksa: $i_p = 0$ (tak ada fungsi pemaksa)

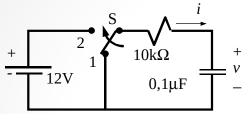
Dugaan tanggapan lengkap: $i = i_p + A_0 e^{-5000\, t} = 0 + A_0 e^{-5000\, t}$

Kondisi awal : $i(0^+) = i(0^-) = 50$ mA .

Penerapan kondisi awal pada dugaan tanggapan lengkap memberikan : $50 = A_0$

Tanggapan lengkap menjadi : $i = 50\, e^{-5000\, t}$ mA

Contoh: $x(t) = A$



Saklar S telah lama pada posisi 1. Pada t = 0 saklar dipindah ke posisi 2. Carilah tanggapan rangkaian.

Pada $t = 0^-$ kapasitor tidak bermuatan; tegangan kapasitor $v(0^-) = 0$.
$\Rightarrow v(0^+) = 0$

Persamaan rangkaian pada t > 0:

$$-12 + 10^4 i + v = 0$$

Karena $i = i_C = C\, dv/dt$ $\quad -12 + 10^4 \times 0{,}1 \times 10^{-6}\frac{dv}{dt} + v = 0$

$$10^{-3}\frac{dv}{dt} + v = 12$$

Persamaan karakteristik: $10^{-3} s + 1 = 0$

Persamaan karakteristik : $10^{-3} s + 1 = 0 \rightarrow s = -1/10^{-3} = -1000$

Dugaan tanggapan alami: $v_a = A_0 e^{-1000\, t}$

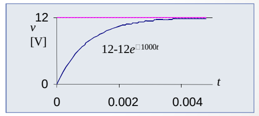
Dugaan tanggapan paksa : $v_p = K$

Masukkan v_p dugaan ini ke persamaan rangkaian :
$0 + K = 12 \Rightarrow v_p = 12$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = 12 + A_0 e^{-1000\, t}$ V

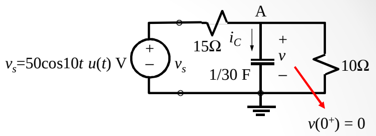
Kondisi awal : $v(0^+) = v(0-) = 0$.
Penerapan kondisi awal memberikan :
$0 = 12 + A_0 \rightarrow A_0 = -12$

Tanggapan lengkap menjadi : $v = 12 - 12\, e^{-1000t}$ V



Contoh: $x(t) = A\cos\omega t$

Rangkaian di samping ini mendapat masukan tegangan sinusoidal yang muncul pada $t = 0$.



Kondisi awal dinyatakan bernilai nol: $v(0^+) = 0$

Persamaan rangkaian untuk $t > 0$:

Simpul A: $v\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{10}\right)+i_C-\frac{v_s}{15}=0 \;\rightarrow\; \frac{1}{6}v+i_C=\frac{v_s}{15}$

$i_C = C\,dv/dt \;\longrightarrow\; \frac{1}{6}v+\frac{1}{30}\frac{dv}{dt}=\frac{v_s}{15}$

$$\rightarrow \frac{dv}{dt}+5v=100\cos 10t$$

Persamaan karakteristik: $s+5=0 \rightarrow s=-5$

Persamaan karakteristik: $s+5=0 \rightarrow s=-5$

Dugaan tanggapan alami : $v_a = A_0 e^{-5t}$

Dugaan tanggapan paksa : $v_p = A_c\cos 10t + A_s \sin 10t$

Substitusi tanggapan dugaan ini ke persamaan rangkaian memberikan :

$$-10A_c\sin 10t+10A_s\cos 10t+5A_c\cos 10t+5A_s\sin 10t=100\cos 10t$$

$$\rightarrow -10A_c+5A_s=0 \;\text{ dan }\; 10A_s+5A_c=100$$

$$\rightarrow A_s=2A_c \;\rightarrow\; 20A_c+5A_c=100 \Rightarrow A_c=4 \;\text{ dan }\; A_s=8$$

Tanggapan paksa : $v_p = 4\cos 10t + 8\sin 10t$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = 4\cos 10t + 8\sin 10t + A_0 e^{-5t}$

Kondisi awal $v(0^+) = 0$

Penerapan kondisi awal : $0 = 4 + A_0 \rightarrow A_0 = -4$

Jadi tegangan kapasitor : $v = 4\cos 10t + 8\sin 10t - 4e^{-5t}$ V

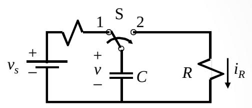
Arus kapasitor : $i_C = C\frac{dv}{dt} = \frac{1}{30}\left(-40\sin 10t + 80\cos 10t + 20e^{-5t}\right)$

$= -1{,}33\sin 10t + 2{,}66\cos 10t + 0{,}66e^{-5t}$ A

Konstanta Waktu

Lama waktu yang diperlukan oleh suatu peristiwa transien untuk mencapai nilai akhir peristiwa (kondisi mantap) ditentukan oleh *konstanta waktu yang dimiliki oleh rangkaian.*

Tinjauan pada Contoh sebelumnya



Setelah saklar S pada posisi 2, persamaan raqngkaian adalah: $\frac{dv}{dt}+\frac{1}{RC}v=0$

Fungsi karakteristik: $s+\frac{1}{RC}=0 \;\rightarrow\; s=-\frac{1}{RC}$

Dugaan tanggapan alami: $v_a = K_1 e^{-\frac{1}{RC}t}$

Tanggapan alami ini yang akan menentukan komponen transien pada tanggapan lengkap

Tanggapan alami: $v_a = K_1 e^{-\frac{1}{RC}t}$

Tanggapan alami dapat dituliskan: $v_a = K_1 e^{-t/\tau}$

dengan: $\tau = RC$

Tanggapan lengkap menjadi: $v = v_p + v_a = v_p + K_1 e^{-t/\tau}$

Tanggapan paksa

τ disebut *konstanta waktu.*

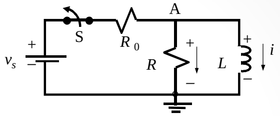
Ia ditentukan oleh besarnya elemen rangkaian.

Ia menentukan seberapa cepat transien menuju akhir.

Makin besar konstanta waktu, makin lambat tanggapan rangkaian mencapai nilai akhirnya (nilai mantapnya), yaitu nilai komponen mantap, v_p

Tinjauan pada Contoh sebelumnya

Pada t = 0 saklar S dibuka



Persamaan rangkaian setelah saklar dibuka adalah: $L\frac{di}{dt} = -Ri$ → $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$

Persamaan karakteristik: $s + \frac{R}{L} = 0$

$s = -\frac{R}{L}$

Tanggapan alami: $i_a = K_1 e^{-\frac{R}{L}t}$

Tanggapan alami ini juga akan menentukan komponen transien pada tanggapan lengkap seperti halnya tinjauan pada Contoh-2.1

237

Tanggapan alami: $i_a = K_1 e^{-\frac{R}{L}t}$

Tanggapan alami dapat dituliskan: $i_a = K_1 e^{-t/\tau}$

dengan: $\tau = \frac{L}{R}$

Tanggapan lengkap: $i = i_p + i_a = i_p + K_1 e^{-t/\tau}$

Tanggapan paksa

τ disebut *konstanta waktu.*

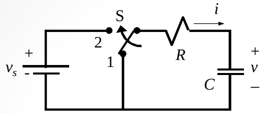
Ia ditentukan oleh besarnya elemen rangkaian.

Ia menentukan seberapa cepat transien menuju akhir.

Makin besar konstanta waktu, makin lambat transien mencapai nilai akhirnya yaitu nilai komponen mantap, i_p.

238

Tinjauan pada Contoh sebelumnya



Pada t = 0, S dipindahkan ke posisi 2.

Persamaan rangkaian setelah saklar pada posisi 2: $-v_s + Ri + v = 0$ → $-v_s + Ri + v = 0$

Karena $i = i_C = C\,dv/dt$ → $RC\frac{dv}{dt} + v = v_s$

Persamaan karakteristik: $RCs + 1 = 0$

$s = -1/RC$

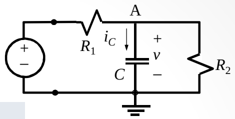
Tanggapan alami: $v_a = Ke^{-(1/RC)t} = Ke^{-t/\tau}$

$\tau = RC$

Tanggapan lengkap: $v = v_p + v_a = v_p + Ke^{-t/\tau}$

239

Tinjauan pada Contoh sebelumnya



Simpul A: $v\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + i_C - \frac{v_s}{R_1} = 0$

$i_C = C\,dv/dt$ → $v\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right) + C\frac{dv}{dt} = \frac{v_s}{R_1}$

Persamaan karakteristik: $R^* + Cs = 0$ $\quad R^* = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right)$

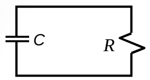
$s = -1/R^*C$

Tanggapan alami: $v_a = Ke^{-(1/R^*C)t} = Ke^{-t/\tau}$ $\quad \tau = R^*C$

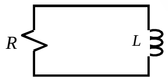
Tanggapan lengkap: $v = v_p + v_a = v_p + Ke^{-t/\tau}$

240

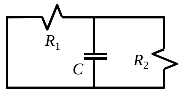
Dari tinjauan contoh-1 s/d 4, dengan menggambarkan rangkaian untuk melihat tanggapan alami saja, kita buat ringkasan berikut:



$\tau = RC$



$\tau = L / R$



$\tau = R^* C$

$$R^* = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right)$$

Konstanta waktu ditentukan oleh besar elemen-elemen rangkaian

Untuk rangkaian *R-C* : $\tau = RC$

Untuk rangkaian *R-L* : $\tau = L/R$

Konstanta waktu ditentukan oleh besar elemen-elemen rangkaian

Untuk rangkaian *R-C* : $\tau = RC$

Untuk rangkaian *R-L* : $\tau = L/R$

Konstanta waktu juga ditentukan oleh berapa besar energi yang semula tersimpan dalam rangkaian (yang harus dikeluarkan)

Makin besar *C* dan makin besar *L*, simpanan energi dalam rangkaian akan makin besar karena

$$w_C = \frac{1}{2} C v^2 \quad \text{dan} \quad w_L = \frac{1}{2} L i^2$$

Oleh karena itu konstanta waktu τ berbanding lurus dengan *C* atau *L*

Pengurangan energi berlangsung dengan mengalirnya arus i dengan desipasi daya sebesar i^2R. Dalam kasus rangkaian *R-C*, di mana v adalah peubah status, makin besar *R* akan makin besar τ karena arus untuk desipasi makin kecil. Dalam kasus rangkaian *R-L* di mana peubah status adalah i makin besar *R* akan makin kecil τ karena desipasi daya i^2R makin besar

Tanggapan Masukan Nol dan *Tanggapan Status Nol*

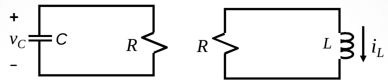
Peristiwa transien dapat pula dilihat sebagai gabungan dari ***tanggapan masukan nol*** dan ***tanggapan status nol***

Tanggapan Masukan Nol adalah tanggapan rangkaian jika tidak ada masukan. Peristiwa ini telah kita kenal sebagai tanggapan alami

Tanggapan Status Nol adalah tanggapan rangkaian jika ada masukan masukan pada rangkaian sedangkan rangkaian tidak memiliki simpanan energi awal (simpanan energi sebelum terjadinya perubahan rangkaian).

Pengertian tentang tanggapan status nol ini muncul karena sesungguhnya tanggapan rangkaian yang mengandung elemen dinamik terhadap adanya masukan merupakan peristiwa transien walaupun rangkaian tidak memiliki simpanan energi awal

Tanggapan Masukan Nol



Bentuk tanggapan rangkaian tanpa fungsi pemaksa secara umum adalah

$$y_{m0} = y(0^+)\, e^{-t/\tau}$$

tanggapan masukan nol

$v_C(0^+)$ atau $i_L(0^+)$

masing-masing menunjukkan adanya simpanan energi energi awal dalam rangkaian
di kapasitor sebesar ½$Cv_C{}^2$
di induktor sebesar ½$Li_L{}^2$

peubah status, v_C dan i_L, tidak dapat berubah secara mendadak

Pelepasan energi di kapasitor dan induktor terjadi sepanjang peristiwa transien, yang ditunjukkan oleh perubahan tegangan kapasitor dan arus induktor

Tanggapan Status Nol

Jika sebelum peristiwa transien tidak ada simpanan energi dalam rangkaian, maka tanggapan rangkaian kita sebut *tanggapan status nol*

Bentuk tanggapan ini secara umum adalah

$$y_{s0} = y_f - y_f(0^+)\,e^{-t/\tau}$$

Tanggapan status nol

Status final
$t = \infty$

Bagian ini merupakan reaksi elemen dinamik (kapasitor ataupun induktor) dalam mencoba mempertahankan status rangkaian.

Oleh karena itu ia bertanda negatif.

$y_f(0^+)$ adalah nilai tanggapan pada $t = 0^+$ yang sama besar dengan y_f sehingga pada $t = 0^+$ tanggapan status nol $y_{s0} = 0$.

245

Dengan demikian tanggapan lengkap rangkaian dapat dipandang sebagai terdiri dari

tanggapan status nol dan **tanggapan masukan nol**

$$y = y_{s0} + y_{m0}$$
$$= \underbrace{y_f(t) - y_f(0^+)\,e^{-t/\tau}} + y(0^+)\,e^{-t/\tau}$$

Konstanta waktu
τ ditentukan oleh
elemen rangkaian

246

Rangkaian Orde-2

247

Bentuk Umum Persamaan Rangkaian Orde-2

$$\boxed{a\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt} + cy = x(t)}$$

y = tanggapan rangkaian yang dapat berupa tegangan ataupun arus

fungsi pemaksa atau *fungsi penggerak*.

tetapan a dan b ditentukan oleh nilai-nilai elemen yang membentuk rangkaian

Persamaan diferensial orde ke-dua muncul karena rangkaian mengandung **kapasitor** dan **induktor**

dengan ***tegangan*** sebagai peubah status

dengan ***arus*** sebagai peubah status

sedangkan peubah dalam persamaan rangkaian harus salah satu di ataranya, tegangan atau arus

248

Tanggapan Alami

Tanggapan alami adalah solusi persamaan rangkaian di mana $x(t)$ bernilai nol:

$$a\frac{d^2y}{dt^2}+b\frac{dy}{dt}+cy=0$$

Dugaan solusi y berbentuk fungsi eksponensial $y_a = Ke^{st}$ dengan nilai K dan s yang masih harus ditentukan.

Kalau solusi ini dimasukkan ke persamaan, akan diperoleh

$$aKs^2e^{st}+bKse^{st}+cKe^{st}=0 \quad \text{atau}$$

$$Ke^{st}\underbrace{\left(as^2+bs+c\right)}=0$$

Bagian ini yang harus bernilai nol yang memberikan persamaan karakteristik

$$as^2+bs+c=0$$

249

$$as^2+bs+c=0$$

Persamaan karakteristik yang berbentuk persamaan kwadrat itu mempunyai dua akar yaitu

$$s_1,s_2=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Dengan adanya dua akar tersebut maka kita mempunyai dua solusi homogen, yaitu

$$y_{a1}=K_1e^{s_1t} \quad \text{dan} \quad y_{a2}=K_2e^{s_2t}$$

Tanggapan alami yang kita cari akan berbentuk

$$y_a=K_1e^{s_1t}+K_2e^{s_2t}$$

Seperti halnya pada rangkaian orde pertama, tetapan-tetapan ini diperoleh melalui penerapan kondisi awal pada tanggapan lengkap

250

Tanggapan Paksa

Tanggapan paksa adalah solusi persamaan rangkaian di mana $x(t) \neq 0$:

$$\boxed{a\frac{d^2y}{dt^2}+b\frac{dy}{dt}+cy=x(t)}$$

Bentuk tanggapan paksa ditentukan oleh bentuk $x(t)$ sebagaimana telah diulas pada rangkaian orde pertama, yaitu

Jika $x(t)=0$, maka $y_p=0$

Jika $x(t)=A=$ konstan, maka $y_p=$ konstan $=K$

Jika $x(t)=Ae^{\alpha t}=$ eksponensial, maka $y_p=$ eksponensial $=Ke^{\alpha t}$

Jika $x(t)=A\sin\omega t$, maka $y_p=K_c\cos\omega t+K_s\sin\omega t$

Jika $x(t)=A\cos\omega t$, maka $y_p=K_c\cos\omega t+K_s\sin\omega t$

Perhatikan : $y=K_c\cos\omega t+K_s\sin\omega t$ adalah bentuk umum fungsi sinus maupun cosinus.

251

Tanggapan Lengkap

Tanggapan lengkap adalah jumlah tanggapan alami dan tanggapan paksa

$$y=y_p+y_a=y_p+K_1e^{s_1t}+K_2e^{s_2t}$$

Tetapan ini diperoleh melalui penerapan **kondisi awal**

Jika rangkaian mengandung C dan L, dua elemen ini akan cenderung mempertahankan statusnya. Jadi ada dua kondisi awal yang harus dipenuhi yaitu

$$v_C(0^+)=v_C(0^-)$$

dan

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)$$

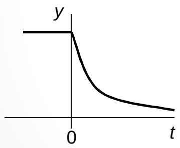
252

Kondisi Awal

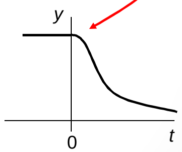
Secara umum, kondisi awal adalah:

$$y(0^+) = y(0^-) \quad \text{dan} \quad \frac{dy}{dt}(0^+) = y'(0^+)$$

Nilai sesaat sebelum dan sesudah penutupan/pembukaan saklar harus sama, dan laju perubahan nilainya juga harus kontinyu



Pada rangkaian orde pertama *dy/dt*(0^+) tidak perlu kontinyu



Pada rangkaian orde kedua *dy/dt*(0^+) harus kontinyu sebab ada d^2y/dt^2 dalam persamaan rangkaian yang hanya terdefinisi jika *dy/dt*(0^+) kontinyu

Tiga Kemungkinan Bentuk Tanggapan

Persamaan karakteristik

$$as^2 + bs + c = 0$$

dapat mempunyai tiga kemungkinan nilai akar, yaitu:

a). *Dua akar riil berbeda*, $s_1 \neq s_2$, jika $\{b^2 - 4ac\} > 0$;

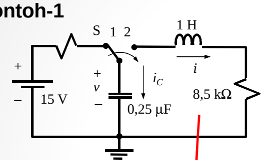
b). *Dua akar sama*, $s_1 = s_2 = s$, *jika* $\{b^2 - 4ac\} = 0$;

c). *Dua akar kompleks konjugat* $s_1, s_2 = \alpha \pm j\beta$ jika $\{b^2 - 4ac\} < 0$.

Tiga kemungkinan akar ini akan memberikan tiga kemungkinan bentuk tanggapan

Persamaan karakteristik dengan dua akar riil berbeda, $s_1 \neq s_2$, $\{b^2 - 4ac\} > 0$

Contoh-1



Saklar S telah lama berada pada posisi 1. Pada $t = 0$ saklar dipindahkan ke posisi 2. Carilah perubahan tegangan kapasitor.

Pada $t = 0^-$: $i(0^-) = 0 \quad \text{dan} \quad v(0^-) = 12 \text{ V}$

Persamaan Rangkaian pada $t > 0$: $-v + L\dfrac{di}{dt} + Ri = 0$

Karena $i = -i_C = -C\, dv/dt$, maka: $-v - LC\dfrac{d^2v}{dt^2} - RC\dfrac{dv}{dt} = 0$

$$-\frac{d^2v}{dt^2} - \frac{R}{L}\frac{dv}{dt} - \frac{v}{LC} = 0$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 8{,}5\times10^3\frac{dv}{dt} + 4\times10^6 v = 0$$

Persamaan karakteristik: $s^2 + 8{,}5\times10^3 s + 4\times10^6 = 0$

$$\rightarrow \text{akar - akar : } s_1, s_2 = -4250 \pm 10^3\sqrt{(4{,}25)^2 - 4} = -500,\ -8000$$

Dugaan tanggapan lengkap: $v = 0 + K_1 e^{-500t} + K_2 e^{-8000t}$

Tak ada fungsi pemaksa

Kondisi awal: $v_C(0^+) = 15 \text{ V}$ dan $i_L(0^+) = 0$

Karena persamaan rangkaian menggunakan *v* sebagai peubah maka kondisi awal arus $i_L(0^+)$ harus diubah menjadi dalam tegangan *v*

$$i_L(0^+) = i_C(0^+) = C\frac{dv_C(0^+)}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_C(0^+)}{dt} = 0$$

Kondisi awal: $v(0^+) = 15\ \text{V}$ $\quad \dfrac{dv(0^+)}{dt} = 0$

Dugaan tanggapan lengkap: $v = 0 + K_1 e^{-500t} + K_2 e^{-8000t}$

$15 = K_1 + K_2 \qquad 0 = -500K_1 - 8000K_2$

$0 = -500K_1 - 8000(15 - K_1)$

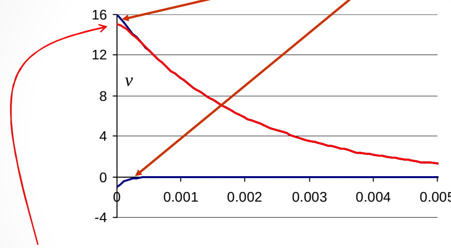
$K_1 = \dfrac{8000 \times 15}{7500} = 16 \qquad K_2 = -1$

Tanggapan lengkap menjadi: $v = 16e^{-500\,t} - e^{-8000\,t}\ \text{V}$

(hanya ada tanggapan alami).

Ini adalah pelepasan muatan kapasitor pada rangkaian *R-L-C seri*

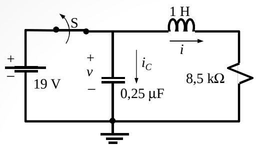
Tanggapan lengkap : $v = 16e^{-500\,t} - e^{-8000\,t}\ \text{V}$



Perhatikan bahwa pada $t = 0^+$ tegangan kapasitor adalah 15 V

Pada waktu kapasitor mulai melepaskan muatannya, ada perlawanan dari induktor yang menyebabkan penurunan tegangan pada saat-saat awal agak landai

Contoh-2



Saklar S telah lama tertutup. Pada t = 0 saklar dibuka. Tentukan perubahan tegangan kapasitor dan arus induktor.

Sebelum saklar dibuka arus hanya melalui induktor. Dioda tidak konduksi.

$i_L(0^-) = \dfrac{19}{8500} = 2\ \text{mA} \qquad v_C(0^-) = 0\ \text{V}$

Persamaan Rangkaian pada $t > 0$: $-v + L\dfrac{di}{dt} + Ri = 0$

$i = -i_C = -C\dfrac{dv_C}{dt} \rightarrow -v - LC\dfrac{d^2v}{dt^2} - RC\dfrac{dv}{dt} = 0$

$-\dfrac{d^2v}{dt^2} - \dfrac{R}{L}\dfrac{dv}{dt} - \dfrac{v}{LC} = 0$

$\dfrac{d^2v}{dt^2} + 8{,}5\times10^3\dfrac{dv}{dt} + 4\times10^6 v = 0$

Persamaan karkterisitik : $s^2 + 8{,}5\times10^3 s + 4\times10^6 = 0$

$\rightarrow$ akar-akar : $s_1, s_2 = -4250 \pm 10^3\sqrt{(4{,}25)^2 - 4} = -500,\ -8000$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = 0 + K_1 e^{-500t} + K_2 e^{-8000t}$

Tak ada fungsi pemaksa

Kondisi awal: $i_L(0^+) = 2\ \text{mA}$ **dan** $v_C(0^+) = 0\ \text{V}$

Karena persamaan rangkaian menggunakan *v* sebagai peubah maka kondisi awal $i_L(0^+)$ harus diubah menjadi dalam *v*

$-i_L(0^+) = i_C(0^+) = C\dfrac{dv_C(0^+)}{dt} = 2\times10^{-3}$

$\dfrac{dv_C(0^+)}{dt} = -\dfrac{2\times10^{-3}}{C}$

Kondisi awal: $v(0^+) = 0 \quad \dfrac{dv(0^+)}{dt} = -\dfrac{2\times10^{-3}}{0{,}25\times10^{-6}} = -8\times10^{3}$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = 0 + K_1 e^{-500t} + K_2 e^{-8000t}$

$0 = K_1 + K_2 \qquad -8000 = -500K_1 - 8000K_2$

$-8000 = -500K_1 + 8000K_1$

$K_1 = \dfrac{-8000}{7500} \approx -1{,}06 \qquad K_2 = -K_1 = 1$

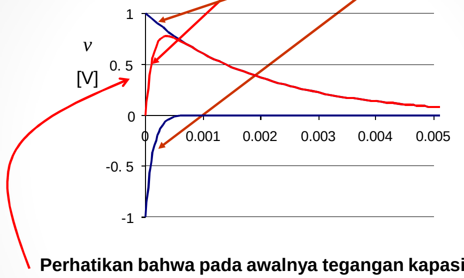
Tegangan kapasitor menjadi : $v \approx 1{,}06e^{-500t} - 1e^{-8000t}$ V

Ini adalah pengisian kapasitor oleh arus induktor pada rangkaian *R-L-C seri*

Arus induktor : $i_L = -i_C = -C\dfrac{dv}{dt} \approx -0{,}25\times10^{-6}\left(-530e^{-500t} - 8000e^{-8000t}\right)$

$\approx -133\times10^{-3}e^{-500t} + 2e^{-8000t}$ mA

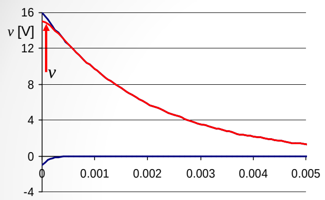
Tanggapan lengkap : $v = 1{,}06e^{-500t} - 1e^{-8000t}$ V



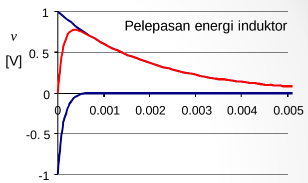
Perhatikan bahwa pada awalnya tegangan kapasitor naik karena menerima pelepasan energi dari induktor

Kenaikan tegangan kapasitor mencapai puncak kemudian menurun karena ia melepaskan muatan yang pada awalnya diterima.

$v = 16e^{-500t} - e^{-8000t}$ V



$v = 1{,}06e^{-500t} - 1e^{-8000t}$ V



Untuk kedua peristiwa ini yang di-plot terhadap waktu adalah tegangan kapasitor

Seandainya tidak ada induktor, penurunan tegangan kapasitor akan terjadi dengan konstanta waktu

$$\tau = RC = 8500\times0.25\times10^{-6} = 2125\times10^{-6}$$

atau $1/\tau$ = 470,6. Tetapi karena ada induktor, konstanta waktu menjadi lebih kecil sehingga $1/\tau$ = 500. Inilah yang terlihat pada suku pertama *v*.

Suku ke-dua *v* adalah pengaruh induktor, yang jika tidak ada kapasitor nilai $1/\tau$ = *R*/*L* = 8500. Karena ada kapasitor nilai ini menjadi 8000 pada suku ke-dua *v*.

Persamaan Karakteristik Memiliki Dua Akar Riil Sama Besar $s_1 = s_2$, $\{b^2 - 4ac\} = 0$

Dua akar yang sama besar dapat kita tuliskan sebagai

$s_1 = s \quad$ dan $\quad s_2 = s + \delta \;$; dengan $\delta \to 0$

Tanggapan lengkap akan berbentuk

$$y = y_p + K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} = \underset{\uparrow}{y_p} + \underbrace{K_1 e^{st} + K_2 e^{(s+\delta)t}}$$

Tanggapan paksa — Tanggapan alami

Kondisi awal pertama

$y(0^+) = y_p(0^+) + K_1 + K_2$

$y(0^+) - y_p(0^+) = K_1 + K_2 = A_0$

Kondisi awal kedua

$y'(0^+) = y'_p(0^+) + K_1 s + K_2(s+\delta)$

$y'(0^+) - y'_p(0^+) = (K_1 + K_2)s + K_2\delta = B_0$

$$A_0 s + K_2\delta = B_0 \;\rightarrow\; K_2 = \frac{B_0 - A_0 s}{\delta} \quad \text{dan} \quad K_1 = A_0 - \frac{B_0 - A_0 s}{\delta}$$

Tanggapan lengkap menjadi

$$y = y_p + \left[A_0 + (B_0 - A_0 s)\underbrace{\left(-\frac{1}{\delta} + \frac{e^{\delta t}}{\delta}\right)}\right]e^{st}$$

$$\lim_{\delta\to 0}\left(-\frac{1}{\delta} + \frac{e^{\delta t}}{\delta}\right) = \lim_{\delta\to 0}\left(\frac{e^{\delta t} - 1}{\delta}\right) = t$$

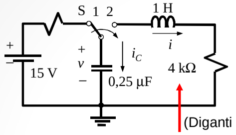
$$y = y_p + [A_0 + (B_0 - A_0 s)\,t]e^{st}$$

$$\boxed{y = y_p + [K_a + K_b\, t]e^{st}}$$

ditentukan oleh kondisi awal ↑ ↑ ditentukan oleh kondisi awal dan *s*

s sendiri ditentukan oleh nilai elemen-elemen yang membentuk rangkaian dan tidak ada kaitannya dengan kondisi awal

Contoh-3.



Sakalar telah lama di posisi 1. Pada *t* = 0 di pindah ke posisi 2. Tentukan perubahan tegangan kapasitor.

(Diganti dengan 4 kΩ dari contoh sebelumnya)

Sebelum saklar dipindahkan: $v(0^-) = 15\ \text{V}\,;\ i(0^-) = 0$

Persamaan rangkaian untuk *t* > 0: $-v + L\dfrac{di}{dt} + iR = 0$

Karena $i = -i_C = -C\,dv/dt$ ⟶ $LC\dfrac{d^2v}{dt^2} + RC\dfrac{dv}{dt} + v = 0$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 4\times10^3\frac{dv}{dt} + 4\times10^6 v = 0$$

Persamaan karakteristik: $s^2 + 4\times10^3 s + 4\times10^6 = 0$

Persamaan karakteristik : $s^2 + 4000s + 4\times10^6 = 0$

akar-akar : $s_1, s_2 = -2000 \pm \sqrt{4\times10^6 - 4\times10^6} = -2000 = s$

Karena persamaan karakteristik memiliki akar sama besar maka tanggapan lengkap akan berbentuk:

$$v = v_p + (K_a + K_b\,t)e^{st} = 0 + (K_a + K_b\,t)e^{st}$$

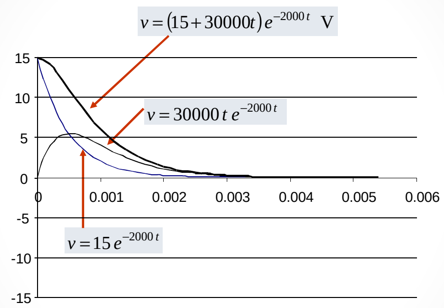
↑ Tak ada fungsi pemaksa

Kondisi awal pertama $v(0^+) = v(0^-) \Rightarrow v(0^+) = 15 = K_a$.

Kondisi awal kedua $\dfrac{dv}{dt}(0^+) = 0 \Rightarrow \dfrac{dv}{dt} = K_b e^{st} + (K_a + K_b t)\,s\,e^{st}$

$$\rightarrow \frac{dv}{dt}(0^+) = 0 = K_b + K_a s \rightarrow\ K_b = -K_a s = 30000$$

$$\Rightarrow \text{Jadi : } v = (15 + 30000t)e^{-2000\,t}\ \text{V}$$



Dua akar kompleks konjugat

$\{b^2 - 4ac\} < 0$

Akar-Akar Kompleks Konjugat : $s_1 = \alpha + j\beta$ dan $s_2 = \alpha - j\beta$

Tanggapan lengkap akan berbentuk

$$y = y_p + K_1 e^{(\alpha + j\beta)t} + K_2 e^{(\alpha - j\beta)t} = y_p + \left(K_1 e^{+j\beta t} + K_2 e^{-j\beta t}\right)e^{\alpha t}$$

$$K_1(\cos\beta t + j\sin\beta t) \quad K_2(\cos\beta t - j\sin\beta t)$$

$$(K_1 + K_2)\cos\beta t + j(K_1 - K_2)\sin\beta t$$

$$K_a \cos\beta t + K_b \sin\beta t$$

$$y = y_p + \left(K_a \cos\beta t + K_b \sin\beta t\right)e^{\alpha t}$$

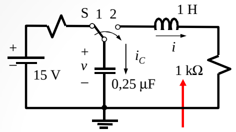
Kondisi awal pertama: $y(0^+) = y_p(0^+) + K_a$ $\rightarrow$ $K_a = y(0^+) - y_p(0^+)$

Kondisi awal kedua: $y'(0^+) = y'_p(0^+) + \{(\alpha K_b - K_a\beta)\sin\beta t + (K_b\beta + \alpha K_a)\cos\beta t\}e^{\alpha t}$

$$= y'_p(0^+) + \alpha K_a + \beta K_b$$

$\rightarrow$ $\alpha K_a + \beta K_b = y'(0^+) - y'_p(0^+)$

Contoh-4.



Saklar S sudah lama pada posisi 1.
Pada t = 0 dipindah ke poisisi 2.
Carilah perubahan tegangan kapasitor.

(Diganti dengan 1 kΩ dari contoh sebelumnya)

Pada $t = 0^+$: $v(0^-) = 15$ V ; $i(0^-) = 0$ $\quad -v + L\dfrac{di}{dt} + iR = 0$

Persamaan rangkaian untuk $t > 0$:

Karena $i = -i_C = -C\, dv/dt$ $\longrightarrow$ $LC\dfrac{d^2v}{dt^2} + RC\dfrac{dv}{dt} + v = 0$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 1\times10^3\frac{dv}{dt} + 4\times10^6 v = 0$$

Persamaan karakteristik: $s^2 + 1\times10^3 s + 4\times10^6 = 0$

$$\text{Persamaan karakteristik : } s^2 + 1000\frac{dv}{dt} + 4\times10^6 = 0$$

$$\text{akar - akar : } s_1, s_2 = -500 \pm \sqrt{500^2 - 4\times10^6} = \underbrace{-500 \pm j500\sqrt{15}}_{\text{dua akar kompleks konjugat}}$$

$\alpha \pm j\beta$ dengan $\alpha = -500$; $\beta = 500\sqrt{15}$

Tanggapan lengkap akan berbentuk:

$$v = 0 + \left(K_a \cos\beta t + K_b \sin\beta t\right)e^{\alpha t}$$

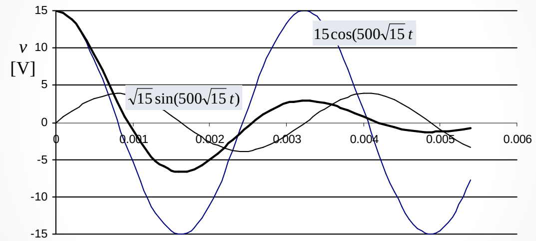
Kondisi awal pertama $\Rightarrow$ $v(0^+) = 15 = K_a$

Kondisi awal kedua $\Rightarrow$ $\dfrac{dv}{dt}(0^+) = 0 = \alpha K_a + \beta K_b$

$$\rightarrow K_b = \frac{-\alpha K_a}{\beta} = \frac{500\times15}{500\sqrt{15}} = \sqrt{15}$$

Tanggapan lengkap: $v = \left(15\cos(500\sqrt{15}\,t) + \sqrt{15}\sin(500\sqrt{15}\,t)\right)e^{-500t}$ V

$$v = \left(15\cos(500\sqrt{15}\,t) + \sqrt{15}\sin(500\sqrt{15}\,t)\right)e^{-500t} \text{ V}$$



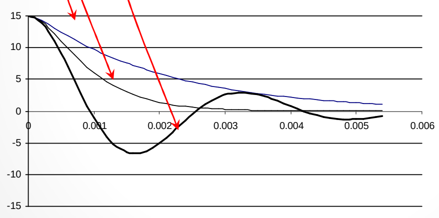
Perbandingan tanggapan rangkaian:

Dua akar riil berbeda: sangat teredam, $v = 16e^{-500t} - e^{-8000t}$ V

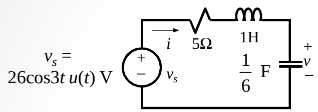
Dua akar riil sama besar : teredam kritis, $v = (15 + 30000t)e^{-2000t}$ V

Dua akar kompleks konjugat : kurang teredam,

$$v = \left(15\cos(500\sqrt{15}\,t) + \sqrt{15}\sin(500\sqrt{15}\,t)\right)e^{-500t} \text{ V}$$



Contoh Tanggapan Rangkaian Dengan Masukan Sinyal Sinus



Rangkaian mendapat masukan sinyal sinus yang muncul pada t = 0. Tentukan perubahan tegangan dan arus kapasitor, apabila kondisi awal adalah $i(0) = 2$ A dan $v(0) = 6$ V

Pada $t = 0^+$: $i(0^+) = 2$ A dan $v(0^+) = 6$ V

Persamaan rangkaian untuk $t > 0$: $-v_s + Ri + L\dfrac{di}{dt} + v = 0$

$$RC\frac{dv}{dt} + LC\frac{d^2i}{dt^2} + v = v_s$$

$$\rightarrow \frac{5}{6}\frac{dv}{dt} + \frac{1}{6}\frac{d^2v}{dt^2} + v = 26\cos 3t$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 5\frac{dv}{dt} + 6v = 156\cos 3t$$

Persamaan karakteristik : $s^2 + 5s + 6 = 0 = (s+2)(s+3)$;

akar - akar : $s_1, s_2 = -2,\ -3$

Dugaan tanggapan paksa : $v_p = A_c\cos 3t + A_s\sin 3t$

Persamaan rangkaian $\dfrac{d^2v}{dt^2} + 5\dfrac{dv}{dt} + 6v = 156\cos 3t$

$$\rightarrow (-9A_c + 15A_s + 6A_c)\cos 3t + (-9A_s - 15A_c + 6A_s)\sin 3t = 156\cos 3t$$

$$\rightarrow -3A_c + 15A_s = 156 \quad \text{dan} \quad -15A_c - 3A_s = 0$$

$$\Rightarrow A_c = \frac{156+0}{-3-75} = -2 \ ; \ A_s = \frac{5\times 156 - 0}{75+3} = 10$$

Tanggapan paksa : $v_p = -2\cos 3t + 10\sin 3t$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = -2\cos 3t + 10\sin 3t + K_1e^{-2t} + K_2e^{-3t}$

masih harus ditentukan melalui penerapan kondisi awal

Kondisi awal : $v(0^+) = 6$ dan $i(0^+) = 2 = \dfrac{1}{6}\dfrac{dv}{dt}(0^+) \rightarrow \dfrac{dv}{dt}(0^+) = 12$

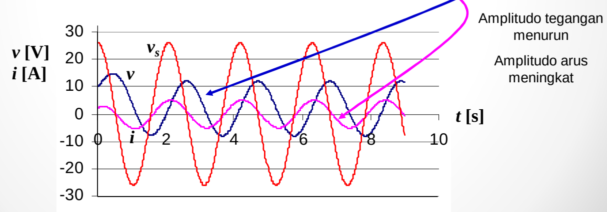
Aplikasi kondisi awal pertama : $6 = -2 + K_1 + K_2 \ \rightarrow K_2 = 8 - K_1$

Aplikasi kondisi awal kedua : $12 = 30 - 2K_1 - 3K_2$

$$\Rightarrow K_1 = 6 \quad \Rightarrow K_2 = 2$$

Tanggapan lengkap : $v = -2\cos 3t + 10\sin 3t + 6e^{-2t} + 2e^{-3t}$ V

$$\Rightarrow\ i = \frac{1}{6}\frac{dv}{dt} = \sin 3t + 5\cos 3t - 2e^{-2t} - e^{-3t} \text{ A}$$



Kuliah Terbuka

Analisis Rangkaian Listrik di Kawasan Waktu

Sudaryatno Sudirham