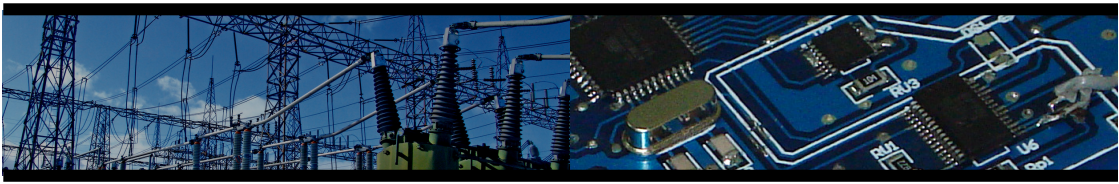


Sudaryatno Sudirham

Analisis
Rangkaian Listrik
Di Kawasan Fasar



BAB 3

Analisis Daya

Dengan mempelajari analisis daya di bab ini, kita akan

- memahami pengertian daya nyata, daya reaktif, daya kompleks, serta faktor daya;
- mampu melakukan perhitungan alih daya ke beban serta faktor daya beban;
- mampu menentukan kondisi untuk tercapainya alih daya maksimum.

3.1. Umum

Dalam analisis rangkaian arus bolak-balik keadaan mantap pada bab sebelumnya, kita lebih memusatkan perhatian pada besaran arus dan tegangan, belum mempersoalkan daya. Di bab inilah kita akan membahas tentang daya.

Analisis daya pada sistem arus bolak-balik, tertuju pada pemecahan tiga macam persoalan yaitu:

- a. Mencari tanggapan rangkaian dengan rangkaian beban dan sumber yang diketahui. Persoalan semacam inilah yang kita bahas pada sub-bab sebelumnya, dengan penekanan pada perhitungan tegangan dan arus. Persoalan ini masih akan kita lihat lagi, dengan penekanan pada persoalan dayanya.
- b. Mencari kondisi rangkaian beban agar terjadi alih daya maksimum apabila rangkaian sumber diketahui. Persoalan ini banyak kita jumpai dalam sistem pemroses sinyal, yang merupakan suatu rangkaian dengan sumber yang terbatas kemampuannya. Pada rangkaian seperti ini kita harus berusaha melakukan penyesuaian-penyesuaian pada rangkaian beban agar alih daya ke beban menjadi maksimum. Dengan kata lain kita berusaha agar daya yang tersedia digunakan sebaik-baiknya.
- c. Mencari rangkaian sumber agar kebutuhan daya pada beban terpenuhi dan sumber bekerja sesuai dengan kemampuannya. Persoalan ini kita jumpai dalam sistem tenaga listrik yang bertujuan memasok kebutuhan energi listrik pada suatu tingkat

tegangan tertentu. Rangkaian seksi beban tidak mudah disesuaikan terhadap sisi sumber bahkan sebaliknya sisi sumber yang harus disesuaikan terhadap kebutuhan beban. Permintaan daya selalu berubah dari waktu ke waktu, sesuai keperluan konsumen, yang berarti bahwa pasokan di sisi sumber harus disesuaikan pula dari waktu ke waktu.

Sebelum membahas persoalan-persoalan tersebut di atas, kita akan membahas lebih dulu mengenai daya itu sendiri. Selama ini kita mengenal pernyataan daya di kawasan t sebagai hasil kali antara tegangan dan arus. Oleh karena dalam analisis rangkaian arus bolak-balik kita bekerja di kawasan *fasor*, maka kita memerlukan pengertian mengenai pernyataan daya di kawasan fasor, yang akan kita kenal sebagai *daya kompleks*.

3.2. Tinjauan Daya di Kawasan waktu : Daya Rata-Rata dan Daya Reaktif

3.2.1. Daya Rata-Rata

Misalkan tegangan dan arus pada terminal suatu beban adalah

$$v = V_m \cos(\omega t + \theta) \quad \text{dan} \quad i = I_m \cos \omega t \quad (3.1)$$

Persamaan (3.1) ini merupakan pernyataan umum dari tegangan dan arus yang berbentuk sinus, dengan mengambil referensi sudut fasa nol untuk arus dan perbedaan fasa antara arus dan tegangan sebesar θ .

Daya sesaat yang dialihkan melalui terminal ini ke beban adalah

$$\begin{aligned} p &= vi = V_m I_m \cos(\omega t + \theta) \cos \omega t \\ &= V_m I_m \{ \cos \omega t \cos \theta - \sin \omega t \sin \theta \} \cos \omega t \\ &= \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta + \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta \cos 2\omega t - \frac{V_m I_m}{2} \sin \theta \sin 2\omega t \end{aligned} \quad (3.2)$$

Persamaan (3.2) memperlihatkan bahwa daya sesaat terdiri dari dua komponen, yaitu :

- Komponen searah, ditunjukkan oleh suku pertama ruas kanan (3.2) yang bernilai konstan. Komponen ini ditentukan oleh nilai maksimum dari tegangan dan arus serta beda sudut fasanya.
- Komponen bolak-balik, ditunjukkan oleh suku kedua dan ketiga yang berbentuk sinyal sinus dengan frekuensi 2ω .

Jika kita menghitung nilai rata-rata daya dari (3.2) dalam selang antara 0 sampai 2π , akan kita peroleh

$$p_{rr} = P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d\omega t = \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta \quad (3.3)$$

yang tidak lain adalah komponen searah dari (3.2) karena nilai rata-rata dari suku kedua dan ke-tiga adalah nol.

3.2.2. Daya Reaktif

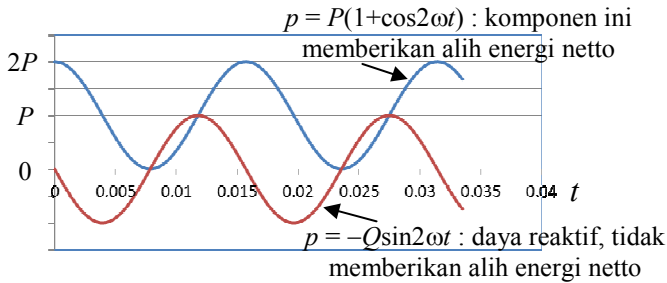
Pada persamaan (3.2) amplitudo suku ke-dua sama dengan daya rata-rata sehingga suku pertama dan ke-dua dapat kita gabung dan (3.2) menjadi

$$\begin{aligned} p &= \left[\frac{V_m I_m}{2} \cos \theta \right] (1 + \cos 2\omega t) - \left[\frac{V_m I_m}{2} \sin \theta \right] \cos 2\omega t \\ &= P(1 + \cos 2\omega t) - Q \sin 2\omega t \quad \text{dengan} \quad Q = \frac{V_m I_m}{2} \sin \theta \end{aligned} \quad (3.4)$$

Nilai suku pertama (3.4) *selalu positif* atau *selalu negatif*, tergantung dari nilai P tetapi tidak pernah berubah tanda karena faktor $(1 + \cos 2\omega t)$ selalu lebih besar dari 0 (minimal 0). Sedangkan suku kedua berbentuk sinus yang berubah nilai dari positif ke negatif dan sebaliknya secara periodik. Kalau kita melakukan integrasi p dalam satu perioda untuk mendapatkan alih energi, maka akan kita dapatkan bahwa hanya suku pertama yang memberikan suatu nilai netto; sedangkan suku kedua memberikan nilai alih energi nol.

$$w = \int_0^T p dt = \int_0^T P(1 + \cos 2\omega t) dt - \int_0^T (Q \sin 2\omega t) dt = PT - 0 \quad (3.5)$$

Jadi daya sesaat seperti ditunjukkan oleh (3.4) mengandung dua komponen daya. Komponen daya yang pertama memberikan alih energi netto yang besarnya sama dengan alih energi yang diberikan oleh daya rata-rata. Komponen daya yang kedua tidak memberikan alih energi netto, dan disebut *daya reaktif*. Perhatikan Gb.3.1.



Gb.3.1. Komponen-komponen Daya

3.3. Tinjauan Daya di Kawasan Fasor: Daya Kompleks, Faktor Daya

Dalam analisis rangkaian di kawasan fasor, kita perlu mencari hubungan antara komponen-komponen daya yang kita bahas di atas dengan besaran-besaran fasor. Dalam pembahasan mengenai fasor yang telah kita lakukan, *besarnya fasor* menyatakan *nilai puncak* dari sinyal sinus. Akan tetapi dalam analisis rangkaian arus bolak-balik, yang pada umumnya melibatkan analisis daya, pernyataan fasor tegangan dan fasor arus lebih baik dinyatakan dalam nilai *rms*-nya, sehingga pernyataan fasor tegangan dan arus adalah

$$\bar{\mathbf{V}} = V_{rms} e^{j\theta_v} \quad \text{dan} \quad \bar{\mathbf{I}} = I_{rms} e^{j\theta_i} \quad (3.6)$$

Dengan pernyataan ini, keterkaitan antara besaran fasor dengan daya rata-rata menjadi lebih sederhana. Besarnya daya rata-rata menjadi

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \theta = V_{rms} I_{rms} \cos \theta \quad (3.7)$$

dengan $\theta = \theta_v - \theta_i$, yaitu perbedaan sudut fasa antara fasor tegangan dan fasor arus; dan besarnya daya reaktif menjadi

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} \sin \theta = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sin \theta = V_{rms} I_{rms} \sin \theta \quad (3.8)$$

3.3.1. Daya Kompleks

Selanjutnya, dengan menggunakan fasor *rms*, kita mendefinisikan *daya kompleks* sebagai

$$S = \bar{V} \bar{I}^* \quad (3.9)$$

yang merupakan *perkalian fasor tegangan dengan konjugat dari fasor arus*. Dengan menggunakan definisi ini dan persamaan (3.6), maka daya kompleks pada terminal beban menjadi

$$\begin{aligned} S &= \bar{V} \bar{I}^* = V_{rms} e^{j\theta_v} I_{rms} e^{-j\theta_i} \\ &= V_{rms} I_{rms} e^{j(\theta_v - \theta_i)} = V_{rms} I_{rms} e^{j\theta} \end{aligned} \quad (3.10)$$

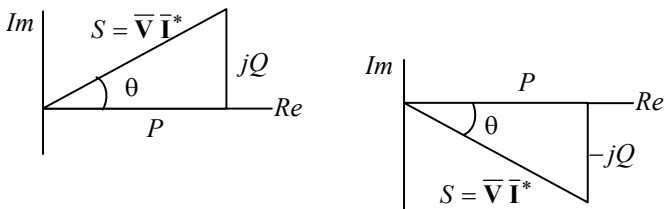
Pernyataan *S* bentuk polar (3.10) dapat kita tuliskan dalam bentuk sudut siku

$$\begin{aligned} S &= V_{rms} I_{rms} e^{j\theta} = [V_{rms} I_{rms}] \cos \theta + j [V_{rms} I_{rms}] \sin \theta \\ &= P + jQ \end{aligned} \quad (3.11)$$

Jadi, bagian riil dari daya kompleks *S* adalah daya rata-rata atau kemudian disebut juga *daya nyata*, sedangkan bagian imajinerinya adalah *daya reaktif*. Perlu kita fahami bahwa *daya kompleks bukanlah fasor*, namun ia merupakan besaran kompleks. Pengertian daya kompleks ini sangat bermanfaat jika tegangan dan arus dinyatakan dalam fasor.

3.3.2. Segitiga Daya

Dengan pengertian daya kompleks, kita dapat menggambarkan *segitiga daya*, seperti terlihat pada Gb.3.2.



Gb.3.2. Segitiga Daya.

Pada gambar ini *P* adalah positif, artinya *alih daya terjadi dari arah sumber ke beban* atau *beban menyerap daya*. Segitiga daya ini bisa

terletak di kuadran pertama atau kuadran keempat, tergantung apakah Q positif atau negatif.

Besar daya kompleks S adalah

$$|S| = V_{rms} I_{rms} \quad (3.12)$$

yang kita sebut juga sebagai *daya tampak* dan mempunyai satuan volt-ampere (VA).

Hubungan antara daya kompleks dan daya rata-rata serta daya reaktif adalah

$$\begin{aligned} S &= P + jQ \\ P &= |S| \cos \theta = V_{rms} I_{rms} \cos \theta \\ Q &= |S| \sin \theta = V_{rms} I_{rms} \sin \theta \end{aligned} \quad (3.13)$$

Daya rata-rata P mempunyai satuan watt (W), sedangkan daya reaktif Q mempunyai satuan volt-ampere-reaktif (VAR).

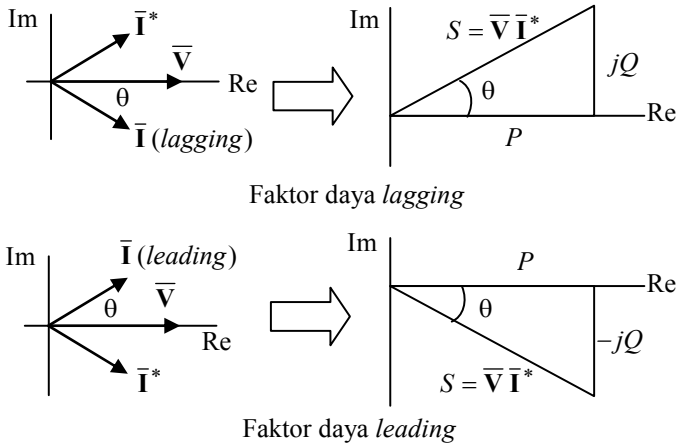
3.3.3. Faktor Daya

Beda sudut fasa antara fasor tegangan dan arus adalah θ , dan $\cos \theta$ disebut *faktor daya*.

$$\text{faktor daya} = \cos \theta = \frac{P}{|S|} \quad (3.14)$$

Sudut θ mempunyai rentang nilai antara -90° sampai $+90^\circ$. Tetapi karena faktor daya adalah $\cos \theta$, maka nilainya *selalu positif*. Walaupun demikian faktor daya ini bisa *lagging* atau *leading*. Faktor daya disebut *lagging* jika segitiga daya berada di kwadran pertama yang berarti bahwa daya reaktif Q bernilai positif. Hal ini terjadi jika fasor arus berada di *belakang* fasor tegangan atau arus *lagging* terhadap tegangan. Beban-beban industri dan juga perumahan pada umumnya mempunyai faktor daya *lagging*, jadi daya reaktif bernilai positif. Perhatikan Gb.3.3.

Apabila fasor arus *mendahului* fasor tegangan atau arus *leading* terhadap tegangan maka faktor daya disebut *leading*. Dalam hal ini segitiga daya berada di kwadran ke-empat karena daya reaktif Q bernilai negatif. Keadaan ini terjadi apabila beban bersifat kapasitif. Perhatikan pula Gb.3.3.



Gb.3.3. Fasor Tegangan dan Arus dan Segitiga Daya.

3.4. Daya Kompleks dan Impedansi Beban

Impedansi beban adalah perbandingan antara tegangan beban dan arus beban. Jika tegangan beban adalah \bar{V} , arus beban \bar{I} , dan impedansi beban adalah Z_B , maka

$$Z_B = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \quad \text{atau} \quad \bar{V} = Z_B \bar{I} \quad (3.15)$$

Dengan hubungan ini maka daya kompleks yang dialihkan ke beban dapat diuraikan sebagai

$$\begin{aligned} S &= \bar{V} \bar{I}^* = Z_B \bar{I} \bar{I}^* = Z_B |\bar{I}|^2 \\ &= (R_B + jX_B) I_{rms}^2 = R_B I_{rms}^2 + jX_B I_{rms}^2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

dengan R_B dan X_B masing-masing adalah resistansi dan reaktansi beban. Persamaan (3.16) dapat kita uraikan menjadi

$$S = P + jQ = R_B I_{rms}^2 + jX_B I_{rms}^2 \quad (3.17)$$

Dari (3.17) kita dapat mengambil kesimpulan bahwa

$$P = R_B I_{rms}^2 \quad \text{dan} \quad Q = X_B I_{rms}^2 \quad (3.18)$$

Persamaan pertama (3.18) menunjukkan bahwa daya rata-rata terkait dengan resistansi beban. Nilai P yang positif menunjukkan bahwa

seluruh daya rata-rata diserap oleh resistansi beban atau dengan kata lain resistansi bebanlah yang menyerap daya rata-rata.

Persamaan kedua (3.18) menunjukkan bahwa daya reaktif terkait dengan reaktansi beban. Jika daya reaktif Q bernilai positif, maka reaktansi beban juga bernilai positif, yang berarti beban bersifat induktif. Jika Q negatif berarti beban negatif dan ini berarti bahwa beban bersifat kapasitif.

Jika beban berupa resistor murni, maka tidak terdapat perbedaan sudut fasa antara tegangan dan arus beban. Seluruh daya yang dialihkan ke beban adalah daya rata-rata. Untuk keadaan ini,

$$\begin{aligned} S_R &= \bar{V} \bar{I}^* = Z_B \bar{I} \bar{I}^* = (R_B + j0) |\bar{I}|^2 \\ &= (R_B) |\bar{I}|^2 = (R_B) I_{rms}^2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Jika beban berupa kapasitor, perbedaan sudut fasa antara tegangan dan arus beban adalah -90° dan daya yang dialihkan ke beban hanya berupa daya reaktif yang negatif. Untuk keadaan ini,

$$\begin{aligned} S_C &= \bar{V} \bar{I}^* = Z_B \bar{I} \bar{I}^* = (0 + jX_C) |\bar{I}|^2 \\ &= (jX_C) |\bar{I}|^2 = (jX_C) I_{rms}^2 = \left(-j \frac{1}{\omega C} \right) I_{rms}^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Jika beban berupa induktor, perbedaan sudut fasa antara tegangan dan arus beban adalah $+90^\circ$ dan daya yang dialihkan ke beban hanya berupa daya reaktif yang positif. Untuk keadaan ini,

$$\begin{aligned} S_L &= \bar{V} \bar{I}^* = Z_B \bar{I} \bar{I}^* = (0 + jX_L) |\bar{I}|^2 = (jX_L) |\bar{I}|^2 \\ &= (jX_L) I_{rms}^2 = (j\omega L) I_{rms}^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Persamaan (3.20) dan (3.21) menunjukkan bahwa daya yang diserap oleh kapasitor maupun induktor merupakan daya reaktif akan tetapi berlawanan tanda. Kapasitor menyerap daya reaktif negatif sedangkan induktor menyerap daya reaktif positif. Jika suatu beban mengandung baik kapasitor maupun induktor, maka daya reaktif yang diserap beban ini adalah jumlah dari dua daya reaktif yang dalam keadaan tertentu akan saling meniadakan. Hal ini akan kita lihat dalam sub-bab mengenai rangkaian resonansi.

Jika suatu beban bersifat terlalu induktif, artinya terlalu banyak menyerap daya reaktif positif, kebutuhan daya reaktif tersebut dapat dikurangi dengan memasang kapasitor paralel dengan beban. Kapasitor yang diparalelkan itu akan menyerap daya reaktif negatif, sehingga daya reaktif total akan berkurang. Inilah yang dilakukan orang untuk memperbaiki faktor daya beban yang juga akan kita lihat kemudian.

CONTOH-3.1: Pada terminal hubung AB antara seksi sumber dan seksi beban dari suatu rangkaian listrik terdapat tegangan dan arus sebesar

$$\bar{V} = 480\angle +75^\circ \text{ V(rms)} \quad \text{dan} \quad \bar{I} = 8,75\angle +105^\circ \text{ A(rms)}$$

Tentukan daya kompleks, daya rata-rata, daya reaktif, faktor daya, serta impedansi beban.

Penyelesaian :

Daya kompleks adalah

$$\begin{aligned} S &= \bar{V} \bar{I}^* = 480\angle +75^\circ \times 8,75\angle -105^\circ = 4200\angle -30^\circ \\ &= 4200 \cos 30^\circ - j4200 \sin 30^\circ = 3640 - j2100 \text{ VA} \end{aligned}$$

Daya rata-rata dan daya reaktif masing-masing adalah

$$P = 3640 \text{ W} \quad \text{dan} \quad Q = 2100 \text{ VAR}$$

Daya rata-rata ini positif, jadi beban menyerap daya.

Daya reaktif bernilai negatif, jadi faktor daya leading.

$$\text{faktor daya} = \cos(-30) = 0,866$$

Bahwa faktor daya ini leading sebenarnya telah terlihat dari pernyataan fasor arus dan tegangan. Sudut fasa arus, yaitu 105° , lebih besar dari sudut fasa tegangan yang 75° ; jadi arus mendahului tegangan.

Resistansi beban adalah

$$R_B = \frac{P}{I_{rms}^2} = \frac{3640}{(8,75)^2} = 47,5 \Omega$$

Reaktansi beban adalah

$$X_B = \frac{Q}{I_{rms}^2} = \frac{-2100}{(8,75)^2} = -27,4 \Omega$$

Jadi impedansi beban adalah

$$Z_B = (47,5 - j27,4) \Omega$$

Impedansi beban ini bersifat kapasitif. Nilai kapasitansi beban dapat kita cari jika kita mengetahui berapa nilai frekuensi kerja dari sistem ini. Misalkan frekuensinya adalah 50 Hz, maka

$$X_C = \frac{-1}{\omega C} = -27,4 \Omega \rightarrow C = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 27,4} = 116 \mu\text{F}$$

3.5. Alih Daya

Teorema Tellegen menyatakan bahwa jika v_k mengikuti hukum tegangan Kirchhoff (HTK) dan i_k mengikuti hukum arus Kirchhoff (HAK), maka

$$\sum_{k=1}^N v_k \times i_k = 0$$

Teorema ini menyatakan bahwa di setiap rangkaian listrik harus ada perimbangan yang tepat antara daya yang diserap oleh elemen pasif dan daya yang diberikan oleh elemen aktif. Hal ini sesuai dengan prinsip konservasi energi.

Dalam analisis di kawasan fasor, kita mengenal daya rata-rata, daya reaktif dan daya kompleks. Sementara itu kita juga mengetahui bahwa kapasitor dan induktor merupakan elemen pasif yang mampu menyerap dan mampu memberikan daya. Bagaimanakah perimbangan daya antara semua elemen yang ada dalam rangkaian di kawasan fasor ?

Dalam pembahasan alih daya antara sumber dan beban, kita melihat bahwa daya rata-rata P terkait dengan resistansi beban, sedangkan daya reaktif Q terkait dengan reaktansi beban. Jika kita mempersempit tinjauan kita, tidak ke suatu beban besar tetapi hanya ke satu elemen, kita harus mendapatkan hal yang serupa yaitu bahwa daya rata-rata pada elemen berkaitan dengan resistansi elemen, sedangkan daya reaktif pada elemen berkaitan dengan reaktansi elemen. Ini berarti bahwa resistor hanya menyerap daya rata-rata, sedangkan kapasitor dan induktor hanya menyerap daya reaktif.

Catatan: Kita menggunakan istilah “menyerap daya” untuk kapasitor dan induktor sesuai dengan konvensi pasif yang kita anut; daya yang diserap ini boleh positif ataupun negatif. Jika daya positif berarti elemen sedang menyerap

daya, jika daya negatif berarti elemen sedang memberikan daya.

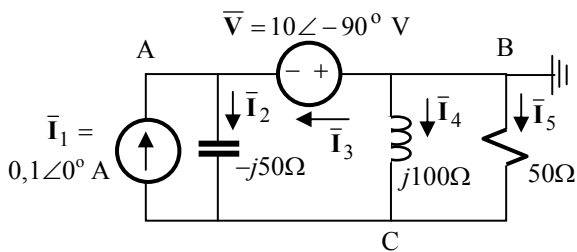
Jadi daya rata-rata yang diberikan oleh sumber akan diserap oleh resistor-resistor sedangkan daya reaktif yang diberikan oleh sumber diserap oleh kapasitor dan induktor. Penyerapan daya oleh kapasitor dan induktor ini bisa saja tidak serempak; artinya pada suatu saat tertentu sebagian elemen sedang menyerap sementara yang lain sedang memberikan daya.

Jelaslah sekarang, kemana mengalirnya daya rata-rata dan kemana pula mengalirnya daya reaktif. Oleh karena itu daya rata-rata dan daya reaktif dapat digabungkan kedalam pengertian daya kompleks, dan muncullah *prinsip konservasi daya kompleks (principle of conservation of complex power)*, yang berbunyi

Dalam rangkaian linier arus bolak-balik keadaan mantap, jumlah daya kompleks yang diberikan oleh sumber bebas, sama dengan jumlah daya kompleks yang diserap oleh elemen-elemen dalam rangkaian.

Prinsip konservasi daya kompleks dalam analisis di kawasan fasor ini mengingatkan kita pada teorema Tellegen yang berlaku di kawasan waktu.

CONTOH-3.2: (a) Carilah daya kompleks yang diberikan oleh masing-masing sumber serta daya totalnya pada rangkaian berikut ini. (b) Tentukan pula daya yang diserap oleh resistor, kapasitor dan induktor.



Penyelesaian :

Dengan mengambil simpul B sebagai simpul referensi, simpul A menjadi terikat dan tinggalah simpul C yang perlu kita cari tegangannya.

$$\bar{V}_C \left[\frac{1}{50} + \frac{1}{j100} + \frac{1}{-j50} \right] - \bar{V}_A \left[\frac{1}{-j50} \right] + 0,1 \angle 0^\circ = 0 \text{ atau}$$

$$\bar{V}_C [2 + j1] - \bar{V}_A [j2] = -10 \angle 0^\circ$$

Karena $\bar{V}_A = -\bar{V} = -10 \angle -90^\circ = 10 \angle 90^\circ \text{ V}$, maka

$$\bar{V}_C [2 + j1] - 2 \times 10 \angle (90^\circ + 90^\circ) = -10 \angle 0^\circ$$

$$\Rightarrow \bar{V}_C = \frac{-30}{2 + j1} = -12 + j6 \text{ V}$$

Daya kompleks yang “*diserap*” oleh sumber arus adalah

$$S_i = (\bar{V}_C - \bar{V}_A) \bar{I}_1^* = [-12 + j6 - j10] \times 0,1 \angle 0^\circ = -1,2 - j0,4 \text{ VA}$$

Untuk menghitung daya kompleks yang diberikan oleh sumber tegangan kita harus menghitung arus yang melalui sumber ini yaitu \bar{I}_3 .

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_2 - \bar{I}_1$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_A - \bar{V}_C}{-j50} = \frac{10 \angle 90^\circ - (-12 + j6)}{-j50} = \frac{j10 + 12 - j6}{-j50}$$

$$= -0,08 + j0,24 \text{ A}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_3 = \bar{I}_2 - \bar{I}_1 = -0,08 + j0,24 - 0,1 \angle 0^\circ = -0,18 + j0,24 \text{ A}$$

Daya kompleks yang “*diserap*” oleh sumber tegangan adalah

$$S_v = \bar{V} \bar{I}_3^* = 10 \angle -90^\circ \times (-0,18 - j0,24)$$

$$= -j10 \times (-0,18 - j0,24) = -2,4 + j1,8 \text{ VA}$$

Daya kompleks total yang “*diserap*” oleh kedua sumber adalah

$$S_{tot} = S_i + S_v = -1,2 - j0,4 - 2,4 + j1,8 = -3,6 + j1,4 \text{ VA}$$

Daya kompleks total ini mengandung komponen rata-rata sebesar 3,6 W ; dan sebagaimana telah kita bahas, daya rata-rata ini harus diserap oleh resistor yang ada pada rangkaian ini

yaitu resistor 50 Ω . Kita dapat memastikan hal ini dengan menghitung arus yang melalui resistor, yaitu \mathbf{I}_5 .

$$\bar{\mathbf{I}}_5 = \frac{-\bar{\mathbf{V}}_C}{50} = \frac{12 - j6}{50} = 0,24 - j0,12 = 0,268 \angle 26,6^\circ \text{ A}$$

$$\Rightarrow P_R = R I_{rms}^2 = R |\bar{\mathbf{I}}_5|^2 = 50 \times (0,268)^2 = 3,6 \text{ W}$$

Daya reaktif yang diserap oleh kapasitor adalah

$$Q_C = X_C I_{rms}^2 = (-50) |\bar{\mathbf{I}}_5|^2 = -50(0,08^2 + 0,24^2) = -3,2 \text{ VAR}$$

Arus yang melalui induktor adalah

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{I}}_4 &= -\bar{\mathbf{I}}_3 - \bar{\mathbf{I}}_5 = -(-0,18 + j0,24 + 0,24 - j0,12) \\ &= -0,06 - j0,12 \text{ A} \end{aligned}$$

dan daya reaktif yang diserap induktor adalah

$$Q_L = X_L |\bar{\mathbf{I}}_4|^2 = 100(0,06^2 + 0,12^2) = 1,8 \text{ VAR}$$

Total daya kompleks yang diserap oleh resistor, kapasitor, dan induktor adalah

$$S_{tot \text{ beban}} = P_R + jQ_C + jQ_L = 3,6 - j3,2 + j1,8 = 3,6 - j1,4 \text{ VA}$$

Nilai ini sesuai dengan daya yang *diberikan* oleh kedua sumber, yaitu

$$S_{tot \text{ dari sumber}} = -S_{tot} = -(-3,6 + j1,4) \text{ VA}$$

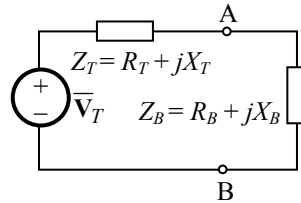
Dengan ini terbukti pula konservasi daya kompleks yang dikemukakan di depan.

3.6. Alih Daya Maksimum

Telah disebutkan di depan bahwa persoalan alih daya maksimum banyak dijumpai dalam sistem komunikasi. Kita berusaha untuk mengalihkan daya sebanyak mungkin dari sumber ke beban. Hal ini tidak berarti bahwa efisiensi alih daya menjadi tinggi, bahkan sebaliknya.

3.6.1. Alih Daya Maksimum - Cara Penyesuaian Impedansi

Pada cara ini kita menggunakan rangkaian ekivalen Thévenin untuk seksi sumber sedangkan rangkaian beban kita sesuaikan sedemikian rupa sehingga terjadi kesesuaian antara impedansi beban dan impedansi Thévenin.



Gb.3.4. Sumber dan beban.

Rangkaian ekivalen Thévenin untuk rangkaian arus bolak-balik terdiri dari sumber tegangan Thévenin \mathbf{V}_T (dalam bentuk fasor) yang diserikan dengan impedansi $Z_T = R_T + jX_T$. Sementara itu seksi beban dinyatakan oleh impedansi beban $Z_B = R_B + jX_B$ dengan R_B dan X_B yang harus kita sesuaikan untuk memperoleh alih daya maksimum. Lihat Gb.3.4.

Daya rata-rata yang dialihkan melalui terminal hubung AB (daya pada beban) adalah

$$P_B = |\bar{\mathbf{i}}|^2 R_B \quad (3.22)$$

Karena Z_T dan Z_B terhubung seri, arus \mathbf{I} dapat dengan mudah kita peroleh yaitu

$$\bar{\mathbf{i}} = \frac{\bar{\mathbf{V}}_T}{Z_T + Z_B} = \frac{\bar{\mathbf{V}}_T}{(R_T + R_B) + j(X_T + X_B)}$$

$$|\bar{\mathbf{i}}| = \frac{|\bar{\mathbf{V}}_T|}{|(R_T + R_B) + j(X_T + X_B)|} = \frac{|\bar{\mathbf{V}}_T|}{\sqrt{(R_T + R_B)^2 + (X_T + X_B)^2}}$$

sehingga daya pada beban adalah

$$P_B = |\bar{\mathbf{i}}|^2 R_B = \frac{|\bar{\mathbf{V}}_T|^2 R_B}{(R_T + R_B)^2 + (X_T + X_B)^2} \quad (3.23)$$

Jika kita anggap bahwa resistansi beban konstan, maka apabila kita ingin agar P_B menjadi tinggi, kita harus mengusahakan agar $X_B = -X_T$ pada persamaan (3.23). Hal ini selalu mungkin kita lakukan karena reaktansi dapat dibuat bernilai negatif ataupun positif. Dengan menyesuaikan reaktansi beban, maka kita dapat membuat impedansi beban merupakan konjugat dari impedansi Thévenin.

Dengan penyesuaian impedansi beban demikian ini kita dapat memperoleh alih daya yang tinggi. Langkah ini akan membuat impedansi keseluruhan yang dilihat oleh sumber tegangan Thévenin tinggallah resistansi ($R_T + R_B$) saja.

Dengan membuat $X_B = -X_T$, maka besarnya daya rata-rata pada beban adalah

$$P_B = \frac{|\bar{V}_T|^2 R_B}{(R_T + R_B)^2} \quad (3.24)$$

Ini adalah daya pada beban paling tinggi yang dapat diperoleh jika R_B bernilai konstan. Jika R_B dapat diubah nilainya, maka dengan menerapkan persyaratan untuk alih daya maksimum pada rangkaian resistif yang telah pernah kita bahas yaitu bahwa resistansi beban harus sama dengan resistansi Thévenin, maka persyaratan agar terjadi alih daya maksimum pada rangkaian arus bolak-balik haruslah

$$R_B = R_T \quad \text{dan} \quad X_B = -X_T \quad (3.25)$$

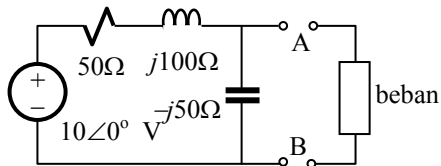
Jika kondisi ini dicapai maka besarnya daya maksimum yang dialihkan adalah

$$P_{BMAX} = \frac{|\bar{V}_T|^2 R_B}{(2R_B)^2} = \frac{|\bar{V}_T|^2}{4R_B} \quad (3.26)$$

Perhatikanlah bahwa formula untuk terjadinya alih daya maksimum ini diperoleh dengan kondisi sumber yang tetap sedangkan impedansi beban disesuaikan untuk memperoleh kondisi yang kita sebut sebagai *kesesuaian konjugat*.

CONTOH-3.3:

Terminal AB pada rangkaian berikut ini merupakan terminal hubung untuk menyambungkan beban ke seksi sumber. Hitunglah berapa daya maksimum yang dapat diperoleh dari rangkaian seksi sumber ini.



Penyelesaian :

Untuk memecahkan persoalan ini, kita mencari lebih dulu rangkaian ekuivalen Thévenin dari seksi sumber tersebut. Tegangan dan impedansi Thévenin adalah

$$\bar{V}_T = \frac{-j50}{50 + j100 - j50} \times 10 \angle 0^\circ = \frac{-j1}{1 + j1} \times 10 = -5 - j5 \text{ V}$$

$$Z_T = \frac{-j50(50 + j100)}{-j50 + 50 + j100} = 25 - j75 \ \Omega$$

Agar terjadi alih daya maksimum maka impedansi beban haruslah $Z_B = 25 + j75 \ \Omega$. Daya maksimum yang dapat diperoleh dari terminal AB adalah

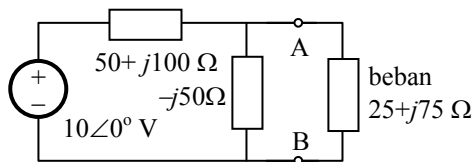
$$P_{MAX} = \frac{|\bar{V}_T|^2}{4R_B} = \frac{|-5 - j5|^2}{4 \times 25} = 0,5 \text{ W}$$

Pemahaman :

Arus yang melalui beban sama dengan arus yang diberikan oleh sumber ekuivalen Thévenin, yaitu

$$\bar{I}_B = \frac{\bar{V}_T}{Z_T + Z_B} = \frac{-5 - j5}{50} = -0,1 - j0,1 = \sqrt{0,02} \angle -135^\circ \text{ A}$$

Arus yang dikeluarkan oleh sumber sesungguhnya, dapat dihitung dari rangkaian aslinya jika Z_B dihubungkan ke terminal AB seperti tergambar di bawah ini.



Dari rangkaian inilah arus sumber harus kita hitung, yang akan memberikan

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{I}}_s &= \frac{10\angle 0^\circ}{50 + j100 + \frac{(-j50)(25 + j75)}{-j50 + 25 + j75}} \\ &= \frac{10}{50 + j100 + \frac{-j50 + 150}{1 + j1}} = 0,1\angle 0^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Daya yang diberikan oleh sumber adalah

$$S = \bar{\mathbf{V}}_s \bar{\mathbf{I}}_s^* = 10\angle 0^\circ \times 0,1\angle 0^\circ = 1 + j0 \text{ VA}$$

$$P_s = 50|\bar{\mathbf{I}}_s|^2 + 25|\bar{\mathbf{I}}_B|^2 = 50 \times (0,1)^2 + 25 \times (\sqrt{0,02})^2 = 1 \text{ W}$$

Daya rata-rata $P_s = 1 \text{ W}$ yang dikeluarkan oleh sumber ini diserap oleh resistor 50Ω di rangkaian sumber dan resistor 25Ω di rangkaian beban.

Untuk memungkinkan penyesuaian impedansi seksi beban kepada impedansi seksi sumber, seksi beban harus mengandung resistansi, kapasitansi ataupun induktansi yang dapat diubah nilainya. Oleh karena itu diperlukan resistor, kapasitor, dan induktor variabel di sisi beban.

3.6.2. Alih Daya Maksimum Dengan Sisipan Transformator

Penyesuaian impedansi beban terhadap impedansi sumber dapat dilakukan dengan menempatkan transformator antara sumber dan beban. Kita telah membahas transformator ideal, yang memberikan kesamaan-kesamaan

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{dan} \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Di kawasan fasor, relasi tersebut menjadi

$$\frac{\bar{\mathbf{V}}_1}{\bar{\mathbf{V}}_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{dan} \quad \frac{\bar{\mathbf{I}}_1}{\bar{\mathbf{I}}_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (3.27)$$

Konsekuensi dari (3.27) adalah bahwa impedansi yang terlihat di sisi primer adalah

$$Z_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \frac{(N_1/N_2)\bar{V}_2}{(N_2/N_1)\bar{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 = a^2 Z_2 \quad (3.28)$$

Jika impedansi beban adalah $Z_B = R_B + jX_B$, maka dengan menempatkan transformator antara seksi sumber dan seksi beban seksi sumber akan melihat impedansi sebesar $Z_1 = R_1 + jX_1 = a^2(R_B + jX_B)$. Dengan sisipan transformator ini kita tidak dapat membuat penyesuaian hanya pada reaktansi X_1 melainkan penyesuaian pada impedansi Z_1 . Kita tidak melakukan perubahan apapun pada impedansi beban. Jika beban bersifat kapasitif ataupun induktif ia akan tetap sebagaimana adanya sehingga penyesuaian konjugat tidak dapat kita lakukan. Jika V_T dan Z_T adalah tegangan dan impedansi Thévenin dari seksi sumber, dan Z_1 kita tuliskan sebagai $Z_1 = |Z_1| \cos \theta + j|Z_1| \sin \theta$, maka daya yang dialihkan ke beban melalui transformator adalah

$$P_B = \frac{|\bar{V}_T|^2 |Z_1| \cos \theta}{(R_T + |Z_1| \cos \theta)^2 + (X_T + |Z_1| \sin \theta)^2} \quad (3.29)$$

Kita harus mencari nilai $|Z_1|$ agar P_B maksimum. Kita turunkan P_B terhadap $|Z_1|$ dan kita samakan dengan nol. Jika ini kita lakukan akan kita peroleh

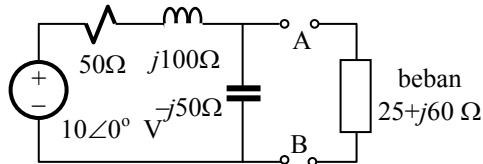
$$|Z_1| = \sqrt{R_T^2 + X_T^2} = |Z_T| \quad (3.30)$$

Dengan demikian maka $|Z_1| = a^2 |Z_B| = |Z_T|$ sehingga persyaratan untuk terjadinya alih daya maksimum adalah

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{|Z_T|}{|Z_B|}} \quad (3.31)$$

Alih daya maksimum yang kita peroleh dengan cara sisipan transformator ini lebih kecil dari alih daya maksimum yang kita peroleh dengan cara penyesuaian impedansi. Hal ini dapat dimaklumi karena dalam sisipan transformator tidak terjadi penyesuaian konjugat. Walaupun daya beban maksimum lebih kecil, kita tidak memerlukan elemen-elemen variabel pada beban; kita cukup menyediakan transformator dengan rasio transformasi a yang sesuai. Dalam cara ini yang kita peroleh bukanlah alih daya maksimum melainkan efisiensi maksimum dari alih daya.

CONTOH-3.4: Terminal AB pada rangkaian berikut ini merupakan terminal hubung untuk menyambungkan beban ke seksi sumber. Hitunglah rasio transformasi transformator yang harus disisipkan pada terminal AB agar alih daya terjadi dengan efisiensi maksimum dan hitunglah berapa daya yang dapat diperoleh beban pada kondisi ini.



Penyelesaian :

Tegangan dan impedansi Thévenin telah dihitung pada contoh sebelumnya, yaitu

$$\bar{V}_T = -5 - j5 \text{ V} \quad \text{dan} \quad Z_T = 25 - j75 \Omega$$

Agar alih daya terjadi dengan efisiensi maksimum maka rasio transformasi dari transformator yang diperlukan adalah

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{|Z_T|}{|Z_B|}} = \sqrt{\frac{\sqrt{25^2 + 75^2}}{\sqrt{25^2 + 60^2}}} = 1,1028 \approx 1,1$$

Daya maksimum yang dapat diperoleh dari terminal AB adalah

$$\begin{aligned} P_B &= \frac{|\bar{V}_T|^2 |Z_1| \cos \theta}{(R_T + |Z_1| \cos \theta)^2 + (X_T + |Z_1| \sin \theta)^2} \\ &= \frac{|\bar{V}_T|^2 a^2 R_B}{(R_T + a^2 R_B)^2 + (X_T + a^2 X_B)^2} \\ &= \frac{50 \times 1,216 \times 25}{(25 + 1,216 \times 25)^2 + (-75 + 1,216 \times 60)^2} = 0,49 \text{ W} \end{aligned}$$

Pemahaman:

Perhatikanlah bahwa resistansi beban dalam contoh ini sama dengan resistansi beban dalam contoh sebelumnya. Seandainya digunakan cara penyesuaian impedansi, reaktansi beban dapat

dibuat menjadi $j75$ dan daya beban menjadi $0,5$ W. Dengan cara sisipan transformator, daya yang dapat diserap beban sedikit lebih kecil dibanding dengan daya maksimum beban jika cara penyesuaian impedansi digunakan.

Bagaimanakah jika impedansi beban pada contoh ini bukan $(25 + j60)\Omega$ melainkan $(25 - j60)\Omega$? Dalam hal ini $|Z_B|$ tidak berubah sehingga nilai a tetap seperti yang telah dihitung yaitu $a = 1,1$ atau $a^2 = 1,21$. Daya yang diserap beban menjadi

$$P_B = \frac{50 \times 1,21 \times 25}{(25 + 1,21 \times 25)^2 + (-75 - 1,21 \times 60)^2} = 0,06 \text{ W}$$

Seandainya tidak disisipkan transformator, daya pada beban hampir sama besar yaitu

$$P_B = \frac{50 \times 25}{(25 + 25)^2 + (-75 - 60)^2} = 0,06 \text{ W}$$

Jadi dalam hal terakhir ini, di mana impedansi beban bersifat kapasitif sedangkan impedansi Thévenin juga kapasitif, penyisipan transformator tidaklah memperbaiki alih daya. Penyisipan transformator akan memperbaiki alih daya jika impedansi Thévenin dan impedansi beban memiliki sifat yang berlawanan; jika yang satu kapasitif yang lain haruslah induktif. Rasio transformasi dari transformator akan membuat impedansi beban mendekati konjugat dari impedansi Thévenin, walaupun tidak dapat persis sama.

Soal-Soal

1. Hitunglah daya rata-rata, daya reaktif, dan faktor daya pada suatu piranti, jika tegangan dan arusnya adalah

$$a). v = 100\sqrt{2} \cos(\omega t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$i = 2\sqrt{2} \cos(\omega t - 30^\circ) \text{ A}$$

$$b). \bar{V} = 100\angle 45^\circ \text{ V rms ;}$$

$$\bar{I} = 2\angle -30^\circ \text{ A rms}$$

2. Hitunglah faktor daya (lagging atau leading), jika diketahui daya kompleks

$$a). S = 1000 + j750 \text{ VA}$$

$$b). S = 800 - j600 \text{ VA}$$

$$c). S = -600 + j800 \text{ VA}$$

$$d). |S| = 10 \text{ kVA}, Q = -8 \text{ kVAR}, \cos\theta > 0.$$

$$e). |S| = 10 \text{ kVA}, P = 8 \text{ kW}, \cos\theta > 0.$$

3. Hitunglah daya rata-rata, daya reaktif, arus beban, serta impedansi beban jika pada tegangan 2400 V rms, beban menyerap daya kompleks 15 kVA pada faktor daya 0,8 *lagging*.
4. Hitunglah daya rata-rata, daya reaktif, arus beban, serta impedansi beban jika pada tegangan 2400 V rms, beban menyerap daya 10 kW pada faktor daya 0,8 *lagging*.
5. Pada tegangan 220 V rms, sebuah beban dialiri arus 22 A rms pada faktor daya 0,9 *lagging*. Hitunglah daya kompleks, daya rata-rata, daya reaktif, serta impedansi beban.
6. Sebuah resistor 100 Ω terhubung seri dengan induktor 100 mH. Hitunglah daya total yang diserap, faktor dayanya, daya yang diserap masing-masing elemen, jika dihubungkan pada sumber tegangan 220 V rms, 50 Hz.
7. Sebuah resistor 100 Ω terhubung paralel dengan kapasitor 50 μF . Hitunglah daya yang diserap beban serta faktor dayanya jika dihubungkan pada sumber tegangan 220 V rms, 50 Hz.

8. Sebuah beban berupa hubungan paralel antara sebuah resistor dan sebuah kapasitor. Pada tegangan 220 V rms, 50 Hz, beban ini menyerap daya kompleks $S = 550 - j152$ VA. Berapakah nilai resistor dan kapasitor ?
9. Sebuah beban berupa resistor 40Ω terhubung paralel dengan induktor yang reaktansinya 30Ω pada frekuensi 50 Hz. Beban ini dicatu dari sebuah sumber tegangan 240 V rms, 50 Hz, melalui saluran yang memiliki impedansi $1 + j10 \Omega$ per saluran. Hitunglah arus di saluran (rms), daya kompleks yang diserap beban, daya kompleks yang diserap saluran.
10. Pada soal nomer 9 berapakah faktor daya pada beban dan faktor daya di sisi sumber. Hitung pula tegangan pada beban.

